

## Група 2

Лист: 1 / \_\_\_\_\_

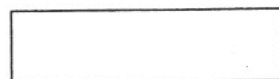
Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 1) а) Написати потпрограм којим се проналази прост делилац који је најближи корену задатог броја.  
б) Написати потпрограм којим се проналази елемент низа који има највише различитих простих делилаца.  
в) Учитати целобројни низ  $Y$  дужине  $N$ . Формирати низ  $X$  тако што се његов  $i$ -ти елемент добија позивом потпрограма под а) за  $Y(i)$ . Одредити број  $Z$  позивом потпрограма под б) за низ  $Y$ . Формирати и одштампати матрицу:

$$\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & X_1 & X_n \\ \vdots & 0 & X_2 & X_{n-1} & X_1 \\ 0 & \dots & \dots & X_2 & 0 \\ X_n & X_1 & \dots & 0 & \vdots \\ Z & X_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Решење:

$A(1, n)$   
 $A(2, n-1)$   
 $\dots$



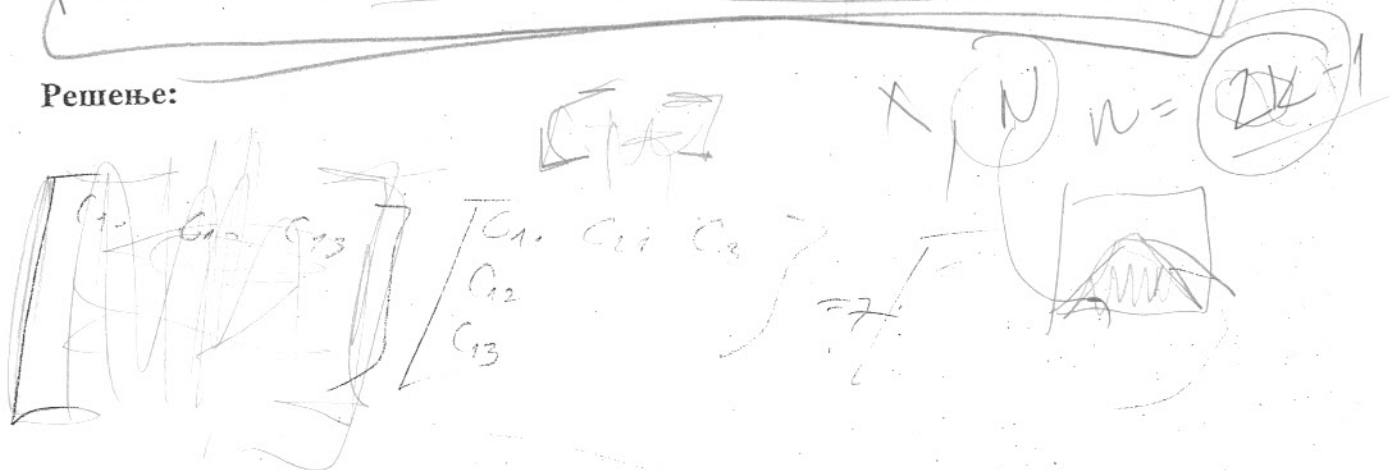
Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 2) а) Учитати целобројну квадратну матрицу  $C$  реда  $M$ . Одштампати уčitане податке.  
 б) Формирати и одштампати низ  $D$  према следећем правилу:  $i$ -ти елемент низа  $D$  једнак је најмањој вредности у  $i$ -тој врсти матрице  $C$  која је дељива бројем 3.  
 в) Формирати и одштампати матрицу  $A$  према следећој шеми:

$$A = [C^T C \mid C^T D \mid (D^T D) D]$$

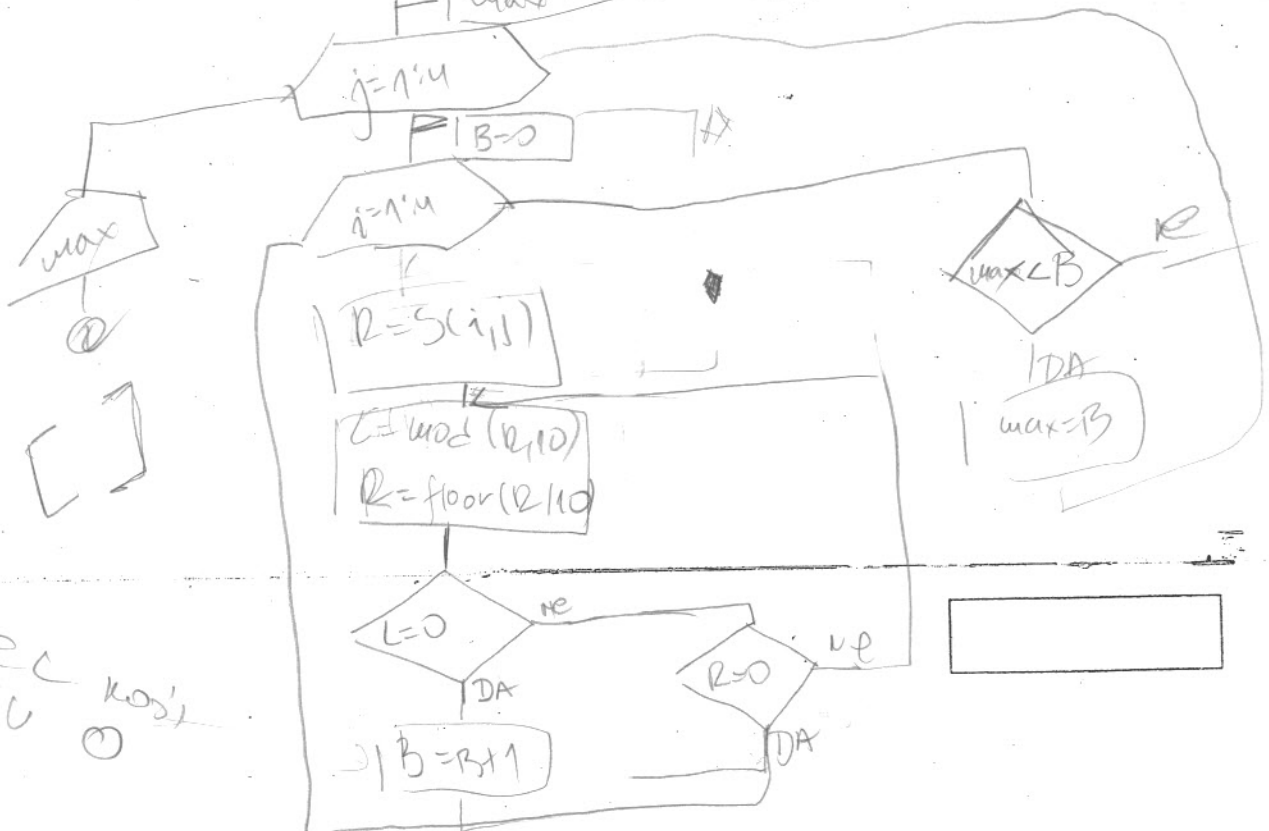
- г) Одредити и одштампати колону матрице  $C$  са највећим бројем елемената који у декадном запису имају 0.  
 д) Трансформисати матрицу  $C$  променом редоследа врсте тако да елементи споредне дијагонале трансформисане матрице буду сортирани у опадајући редослед.

Решење:



$$Z(i, j) = C(i, j) \cdot C(j, i)$$

max = 0 element



BR EC koji  
MASU 0

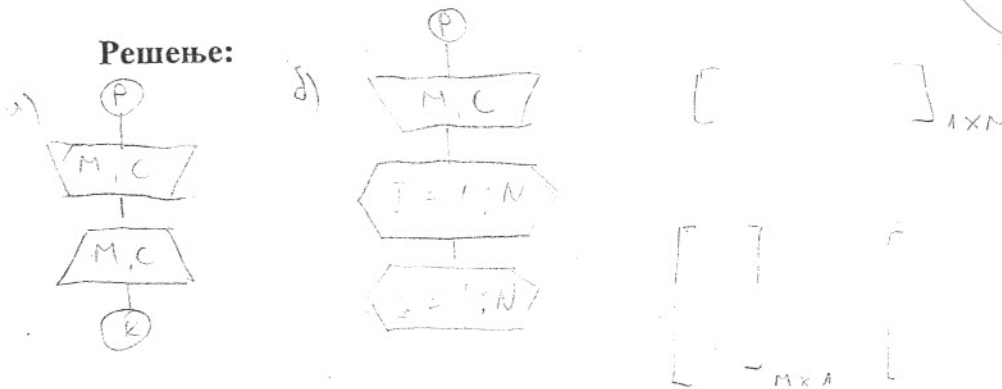
Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 2) а) Учитати квадратну матрицу  $C$  реда  $M$ . Одштампати учитане податке.  
 б) Формирати и одштампати низ  $D$  према следећем правилу:  $i$  - ти елемент низа  $D$  једнак је највећој вредности у  $i$  - тој колони матрице  $C$  која је пун квадрат.  
 в) Формирати и одштампати матрицу  $A$  према следећој шеми:

$$A = \begin{bmatrix} D^T C^T \\ CC^T \\ (D^T D) D^T \end{bmatrix}$$

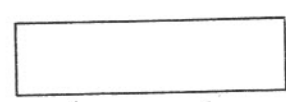
- г) Одредити и одштампати врсту матрице  $C$  са најмањим бројем елемената који у декадном запису немају парну цифру.  
 д) Трансформисати матрицу  $C$  променом редоследа колона тако да елементи главне дијагонале трансформисане матрице буду сортирани у растући редослед.

Решење:



33 43 59 42  
 23 43 12 18  
 13 44 15 339  
 432 456 32 8

ТРЕБА НАЋИ ВРСТУ  
 СА НАЈМАЊИМ БРОЈЕМ ЕЛЕМЕНА



Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

1) а) Саставити потпрограм за израчунавање следеће функције  $P_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{x^{3i+1}}{(3i+2)!}$ , где је  $n$

задати број.

б) Саставити потпрограм за решавање једначине  $P_N(x) + P_K(x) = w$ , за задате бројеве  $N$  и  $K$ , методом Regula falsi са тачношћу EPS и дозвољеним бројем итерација  $M$ , ако је  $P$  полином дефинисан под а). Решење се налази у сегменту  $[A, B]$ .

в) Саставити главни програм којим се учитавају бројеви  $M, N, L, EPS, K$  и матрица  $A$  са  $K$  врста и три колоне. За сваку врсту матрице  $A$  израчунати решење једначине  $P_N(x) - P_L(x) = A(I, 1)$  методом Regula falsi на сегменту  $[A(I, 2), A(I, 3)]$ , са тачношћу EPS и дозвољеним бројем итерација  $M$ , где је  $P$  полином дефинисан под а). Претходно проверити постојање нуле у задатом сегменту. Међу израчунатим решењима пронаћи оно чије је одступање  $|P_N(x) - P_L(x) - A(I, 1)|$  најмање.

**Решење:**



Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 2) а) Учитати квадратну матрицу  $A$  реда  $M$  и низ  $C$  дужине  $M$ . Одштампати учитане податке.
- б) Одредити и одштампати вредност квадратне форме  $C^T A C$ .
- в) Формирати и одштампати низ  $V$  чији је  $i$  – ти елемент једнак апсолутној разлици две најмање вредности у  $i$  – тој врсти матрице  $A$ .
- г) Одредити и одштампати први пронађени пар вредности  $K$  и  $L$  према следећем поступку: ако је  $K$  – ти елемент низа  $C$  негативан тада у  $K$  – тој врсти матрице  $A$  одредити положај  $L$  најмање негативне вредности, ако постоји. **Напомена: Сматрати да се вредности  $K$  и  $L$  сигурно могу одредити.**
- д) Трансформисати и одштампати матрицу  $A$  према следећим формулама:

$$\hat{a}_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{iL} a_{kj}}{a_{kL}} \quad i = 1:M, j = 1:M, i \neq K, j \neq L$$

$$\hat{a}_{kj} = \frac{a_{kj}}{a_{kL}} \quad j = 1:M, j \neq L$$

$$\hat{a}_{iL} = -\frac{a_{iL}}{a_{kL}} \quad i = 1:M, i \neq K$$

$$\hat{a}_{kL} = \frac{1}{a_{kL}}$$

**Решење:**



Лист: 1 / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- a) Написати потпрограм за израчунавање следеће функције:  
 $f(x) = a_1 \operatorname{tg}(x) + a_2 \operatorname{tg}^2(x) + \dots + a_n \operatorname{tg}^n(x)$ .
- b) Написати потпрограм за израчунавање првог извода функције дефинисане под а).
- c) Написати потпрограм за решавање једначине  $f(x)=0$ , где је  $f$  функција дефинисана под а). Применити Newton-ов метод са тачношћу EPS, дозвољеним бројем итерација  $M$  и почетном итерацијом  $x_0 = 1$ .
- d) Написати главни програм којим се читавају бројеви  $M$  и  $N$  и матрица  $A_{M \times N}$ . Свака колона матрице дефинише једну функцију описану под а). Користећи написане потпрограме одштампати коефицијенте оне две функције чији је пресек најближи координатном почетку. У Newton -овом поступку усвојити тачност  $10^{-5}$  и дозвољени број итерација 100. Узети у обзир само пресеке који су добијени са траженом тачношћу.

**Решење:**



Лист: 2 / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

2) а) Учитати квадратне матрице  $A$  и  $B$  реда  $M$  и низ  $X$  дужине  $M$ . Одштампати учитане податке.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & .. & .. & .. & 4 & 5 \\ 4 & 3 & .. & .. & .. & 3 & 4 \\ 5 & 4 & .. & .. & .. & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

б) Срачунати и одштампати

$$C = [X^T A^T \mid (X^T X)A \mid X^T A^T B^T].$$

в) За сваку колону  $i$  матрице  $A$  одредити број елемената  $i$ -те колоне који су већи од просечне вредности елемената  $i$ -те колоне матрице  $B$ .

г) Формирати и одштампати низ  $Y$  по следећем правилу:  $i$ -ти елемент низа  $Y$  једнак је најближем пуном квадрату  $i$ -тог елемента низа  $X$ .

д) Формирати и одштампати квадратну матрицу  $D$  реда  $M$  према шеми приказаној на слици.

**Решење:**



Лист: 1 / \_\_\_\_\_

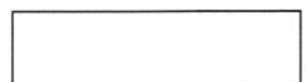
Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

1) a) Napisati potprogram za rešavanje jednačine  $F(x)=G(x)^2$ , gde su F i G zadate funkcije. Problem rešiti primenom Newton-ovog metoda, sa početnom iteracijom  $X_0$ , dozvoljenim brojem iteracija M i tačnošću EPS. Prvi izvodi funkcija F i G su zadati potprogramima DF i DG.

b) Napisati potprograme za izračunavanje funkcija  $F(x)=\sum_{i=1}^n a_i \frac{i!}{x^i}$  i  $G(x)=x/(x-b)$ , (b je konstanta) kao i njihovih prvih izvoda DF i DG.

c) Napisati glavni program kojim se učitavaju brojevi  $X_0$ , EPS, M, N i nizovi A i B dužine N. Nizom A definisana je funkcija F opisana pod b). Rešiti sve jednačine  $F(x)=x/(x-B(i))$  pozivom potprograma pod a), sa dozvoljenim brojem iteracija M, tačnošću EPS i početnom iteracijom  $X_0$ . Rešavanje sprovesti samo ako prekid funkcije  $G(x)=x/(x-B(i))$  nije u EPS okolini početne iteracije. Među rešenjima dobijenim sa traženom tačnošću odrediti ono za koje je odstupanje  $F(x)-G(x)^2$  najmanje po apsolutnoj vrednosti.

**Решење:**





Лист: 2 / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 2) а) Учитати низ  $A$  дужине  $M$  и квадратну матрицу  $B$  реда  $M$ . Одштампати учитане податке.
- б) Одредити и одштампати вредност оног елемента низа  $A$  који се највише разликује од елемента  $B(M,M)$ .
- в) За сваку колону матрице  $B$  одредити број елемената који се јављају и у низу  $A$ .
- Напомена:** свака колона матрице  $B$  може да садржи елемент који се понављају.
- г) Одштампати оне елементе низа  $A$  чији је цео део записан истим цифрама као и разломљени део.
- д) Формирати и одштампати матрицу  $C$  по следећем правилу: елемент  $C(i,j)$  једнак је збиру елемената матрице  $B$  који не припадају левој и десној дијагонали елемента  $B(i,j)$ .

**Решење:**



Лист: **1** / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

1)

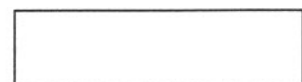
а) Саставити потпрограм за израчунавање следеће функције

$$P(x) = \sum_{i=0}^n \frac{x^{2i}}{(2i)!}, \text{ где је } n \text{ задати број.}$$

б) Саставити потпрограм за решавање једначине  $P(x)=w$ , методом половљења интервала са тачношћу EPS и дозвољеним бројем итерација M, ако је P полином степена 2N дефинисан под а). Решење се налази у сегменту [A,B].

в) Саставити главни програм којим се учитавају бројеви M, N, EPS, K и матрица A са K врста и три колоне. За сваку врсту матрице A израчунати решење једначине  $P(x)=A(I,1)$  методом половљења интервала на сегменту  $[A(I,2), A(I,3)]$ , са тачношћу EPS и дозвољеним бројем итерација M, где је P полином степена 2N дефинисан под а). Међу израчунатим решењима пронаћи оно чије је одступање  $|P(x)-A(I,1)|$  најмање

Решење:



Лист: **2** / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 2) а) Учитати низ  $X$  дужине  $N$  и низ  $Y$  дужине  $M$ . Одштампати учитане податке.  
б) Одредити и одштампати број елемената низа  $Y$  који су већи од максималног елемента низа  $X$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & .. & .. & .. & .. & 1 & 0 \\ 1 & .. & .. & .. & .. & .. & 1 \end{bmatrix}$$

в) Формирати и одштампати квадратну матрицу  $A$  реда  $M$  према следећој схеми:

г) Одредити и одштампати низ  $Z$  према следећој формули:  $(X \cap Y) - Y$ .

д) Трансформисати и одштампати низ  $X$  тако да се иза сваког елемента низа  $X$  дода један елемент низа  $Y$ . Ако низ  $Y$  има мање елемената од низа  $X$  онда додати  $0$ , а ако низ  $Y$  има више елемената од низа  $X$  вишак елемената игнорисати.

**Напомена** : проблем решити без увођења помоћних низова.

Решење:



Лист: **1** / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 1) а) Написати функцијски потпрограм којим се рачуна вредност функције  
$$Q(X) = A_0 \sin^N(X) + A_1 \sin^{N-1}(X) \cos(X) + A_2 \sin^{N-2}(X) \cos^2(X) + \dots + A_N \cos^N(X)$$
која је задата низом  $A$  својих коефицијената и степеном  $N$ .
- б) Написати потпрограм за решавање једначине  $Q(X) = X^K$  Newton-овом методом, где је  $Q$  функција дефинисана под а). Поступак спровести са тачношћу  $EPS$ , у не више од  $M$  итерација, са почетном итерацијом  $X_0 = 1$ .
- в) Написати главни програм којим се учитавају бројеви  $M$ ,  $K$ ,  $N$ ,  $EPS$ ,  $L$  и матрица  $A$  димензија  $K \times N$ . Свака колона матрице  $A$  дефинише једну функцију описану под а). За сваку такву функцију позивом потпрограма под б) израчунати решење једначине  $Q(X) = X^L$ , са тачношћу  $EPS$  и максималним бројем итерација  $M$ . Одштампати коефицијенте оне функције чије је решење добијено са најбољом тачношћу, али слабијом од  $EPS$ .

Решење:



Лист: **2** / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

2) а) Учитати квадратну матрицу  $A$  реда  $N$  и низ  $M$  дужине  $N$ . Одштампати учитане податке.

б) Израчунати и одштампати вредност  $C = \|M^T \cdot A\| \cdot \|A^T \cdot M\|$ , где за низ  $X$  дужине  $N$  важи

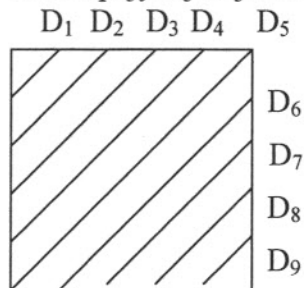
$$\text{да је } \|X\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N X_i^2}$$

в) За сваку врсту матрице  $A$  одредити и одштампати редни број елемента чија је вредност најближа целом делу вредности  $C$ .

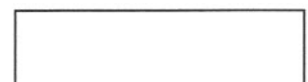
г) Трансформисати низ  $M$  тако да се иза сваког елемента низа који је прост број дода 0. Одштампати трансформисани низ.

**Напомена: проблем решити без увођења нових низова.**

д) Формирати и одштампати низ  $D$  чији су елементи једнаки суми елемената на одговарајућој дијагонали паралелној споредној дијагонали матрице  $A$  (као на слици).



Решење:



Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

1) Написати потпрограм за решавање следећег система једначина:

$$\begin{matrix}
 & 1 & 2 & \dots & k & \dots & n \\
 \begin{bmatrix}
 a & & & & b & & \\
 & a & & & & b & \\
 \vdots & & a & & & & b \\
 & & & a & & & \ddots \\
 b & & & & a & & \dots & b \\
 & b & & & & \ddots & & \\
 & & b & & & & a & \\
 & & & \ddots & & & & a \\
 & & & & b & & & \\
 & & & & & b & & \\
 & & & & & & a & \\
 & & & & & & & a
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 x_1 \\
 x_2 \\
 x_3 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 x_{n-1} \\
 x_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 v_1 \\
 v_2 \\
 v_3 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 v_{n-1} \\
 v_n
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

У матрици система (квадратна реда  $n$ ) су сви елементи једнаки нули, осим на главној дијагонали где су једнаки  $a$  као и на две дијагонале паралелне главној, које почињу у  $k$ -тој врсти и  $k$ -тој колони, где су једнаки  $b$ . Систем решити Гаус-Зајделовим поступком са тачношћу  $EPS$  и максималним дозвољеним бројем итерација  $M$ . За почетну итерацију узети нула вектор.

б) Написати потпрограм за рачунање једне (било које) каноничке норме матрице која има структуру описану под а).

в) Написати главни потпрограм којим се учитавају бројеви  $EPS$ ,  $K$ ,  $IMAX$ ,  $M$  и  $N$ , низови  $A$  и  $B$  дужине  $M$  и матрица  $V$  димензија  $N \times M$ . За сваки пар бројева  $A(I), B(I)$  (где је бројевима  $A(I), B(I)$  и  $K$  дефинисана матрица система описана под а)) решити систем са  $N$  непознатих потпрограмом под а), са тачношћу  $EPS$  и дозвољеним бројем итерација  $IMAX$ , где је слободни вектор  $I$ -та колона матрице  $V$ . Претходно проверити (коришћењем потпрограма под б)) да ли је испуњен довољан услов за примену Гаус-Зајделовог поступка. Ако није, штампати коментар, а ако јесте штампати добијено решење система и поруку о постигнутој тачности (постигнута – није постигнута).

Решење:

Лист: **2** / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

1) а) Учитати реалну квадратну матрицу  $A$  реда  $N$  и низ  $X$  дужине  $N$ . Одштампати учитане податке.

б) Формирати и одштампати матрицу  $B$  која је дата следећом схемом: 
$$\left[ \begin{array}{c|c} A^2 & AX \\ \hline X^T A & X^T X \end{array} \right]$$

в) Формирати и одштампати два следећа низа: низ  $R$  чији је  $i$ -ти елемент једнак целом делу највећег елемента у врсти  $i$  матрице  $A$  и низ  $S$  чији је  $i$ -ти елемент једнак целом делу најмањег елемента у  $i$ -тој колони матрице  $A$ .

г) Формирати и одштампати два следећа низа: низ  $S1$  чији је  $i$ -ти елемент једнак броју јединица у  $i$ -том елементу низа  $S$  и низ  $R1$  чији је  $i$ -ти елемент једнак броју цифара  $i$ -тог елемента низа  $R$ .

д) Трансформисати матрицу  $A$  на следећи начин: елементе троугла који се налази изнад главне и споредне дијагонале заменити са елементима који се налазе испод главне и споредне дијагонале. **Проблем решити без увођења нових матрица и низова.**

Решење:



Лист: **1** / \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 1) а) Написати потпрогам који за задати број  $M$  и једноцифрени број  $K$  утврђује колико пута цифра  $K$  учествује у декадном запису број  $M$ . (Нпр. за број 21232 и цифру 2 број појава цифре 2 је 3).
- б) Написати потпрограм који утврђује да ли су задати бројеви  $M$  и  $K$  записани истим цифрама (у произвољном поретку). Нпр. број 1223 и 3212 јесу, а број 1223 и број 3132 нису. (Упутство: користити потпрограм под а)).
- в) Написати главни програм којим се учитавају број  $N$  и низ  $M$  дужине  $N$ . Формирати и одштампати низ  $M1$  од елемената низа  $M$  тако да у низу  $M1$  бројеви записани истим цифрама буду узастопни. Нпр. за низ  $M$ : 112, 344, 121, 567, 443 низ  $M1$  може да буде нпр. 112, 121, 344, 443, 567.

Решење:





Лист: **2 /** \_\_\_\_\_

Име и презиме студента: \_\_\_\_\_ бр. индекса: \_\_\_\_\_

- 2) а) Учитати природни број  $N$  и квадратне матрице  $A$  и  $B$  реда  $N$ . Одштампати учитане податке.
- б) Формирати и одштампати вредност  $D$  која се добија према изразу  $D = A^2 + B \cdot \text{MIN} \cdot I$  где је  $\text{MIN}$  минимални елемент матрице  $B$  а  $I$  је јединична матрица
- в) Написати потпрограм којим се утврђује да ли је низ  $Y$  дужине  $N$  подскуп низа  $X$  дужине  $M$ . (Низ  $Y$  је подскуп низа  $X$  ако сви елементи низа  $Y$  припадају низу  $X$ ).
- г) Коришћењем потпрограма под в) формирати низ  $C$  чији су елементи једнаки редним бројевима врста матрице  $A$  које су подскупови неке од врста матрице  $B$ . Одштампати добијени низ  $C$ .
- д) Формирати и одштампати квадратну матрицу  $E$  реда  $N$  такву да је елемент  $E(i,j)$  једнак збиру елемената матрице  $B$  који се могу дохватити из поља  $(i,j)$  једним потезом даме.

Решење:

