

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1
(група 2)

Број индекса:
Број бодова:

Име и презиме:
Сала:

1. Израчунати вредност детерминанте

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Одредити ранг матрице $A =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Одредити сопствене вредности матрице

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Дати су вектори $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 0, -2)$, $\vec{c} = (2, 1, \lambda)$. Одредити λ тако да је $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 3$.

5. Дате су тачке $A(-1, 2, 3)$, $B(0, -1, 1)$. Одредити једначину праве која садржи ове тачке.

6. Одредити a и b тако да права $p: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{a} = \frac{z-2}{b}$ буде нормална на равни $\pi: x + 2y + z - 4 = 0$.

7. Одредити растојање тачке $M(1, -2, 3)$ од равни $\pi: x - y + z - 4 = 0$.

8. Одредити растојање тачке $M(1, 0, 3)$ од праве $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

9. Одредити површину троугла одређеног тачкама $A(1, 2, 3)$, $B(0, -1, 1)$, $C(2, 0, 3)$.

10. Одредити центар и полупречник сфере $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + z - 4 = 0$.

ОДГОВОРИ:

1. -1

2. $\text{rang } A = 2$

3. $\lambda = 1, 2, 3$

4. $\lambda = -4$

5. $\lambda = 1$

6. $a = 0, b = -2$

7. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

8. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

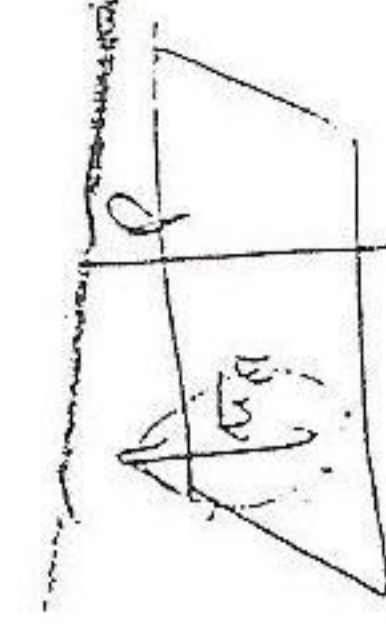
9. $\frac{1}{2} \sqrt{14}$

10. $(1, 1, 2)$, $\frac{1}{2} \sqrt{5}$

$\vec{P} = (2, 9, 6)$ $M(2, 1, 2)$
 $\vec{M} = (1, 2, 1)$ $(2, 9, 6) - (1, 2, 1)$
 $-2 - 2y + z = 0$ $\frac{2}{1} = \frac{9}{2} = \frac{6}{1} = \frac{a}{1} = ?$

$\vec{P}(2, 9, 6)$
 $M = (1, 2, 1)$

ОВО?



$\vec{M} \cdot \vec{P} = 0$
 $2 + 2 + 6 = 0$
 $0 = 10$

47

$A = SDS^{-1}$

$|a \times b| = |a| \cdot |b| \cdot \sin \alpha$

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

12.9.2006.

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ I

Име и презиме:

Број индекса:

Сала:

Број бодова:

$(1+a) \cdot 3 - 1 - a = 3a + 1$
 $3 + 3a - 1 - a = 3a + 1$
 $2 - a = 1$
 $2 - 1 = a$

1. Наћи рационалну нулу полинома $P(x) = -8x^3 + 4x^2 - 2x + 1$.

2. Развити по другој колони детермијанту $\begin{vmatrix} 1 & a & 3 \\ 1 & b & -1 \\ 2 & c & -1 \end{vmatrix}$, без рачунања добијених детермијаната.

3

3. Наћи вредност реалног параметра a за коју систем има решења.

$\begin{cases} x+y=2 \\ x+y=2 \\ (1+a)x - (1+a)y = 3a+1 \end{cases}$
 $y < 1$
 $x = 3$
 $1 = a$

4. Наћи $(B^T A)^2$, ако је $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \end{bmatrix}$.

5. Наћи сопствене вредности матрице $\begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$.

6. Наћи све $\lambda \in \mathbb{R}$, за које је запремина тетраедра $OABC$, где је $\vec{OA} = (-1, -2, -2)$, $\vec{OB} = (2, -1, 4)$ и $\vec{OC} = (-1, 0, \lambda)$, једнака 1.

$15 \times 21 = |a| |b| \sin \varphi$
 $\sin \varphi = \frac{307}{15 \times 21}$
 $\cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{307}{15 \times 21}\right)^2}$
 $\varphi = \arccos \dots$

УГЛОВИ

7. Наћи $\angle(\vec{a}, \vec{b})$, ако је $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 3\sqrt{3}$.

8. Наћи канонске једначине праве $\begin{cases} x+3y-2z=0 \\ x-3y+z=1 \end{cases}$.

9. Наћи једначину симетралне равни дужи чији су крајеви тачке $A(-1, -3, -5)$ и $B(1, 1, 7)$.

10. Наћи координате центра сфере $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$.

ОДГОВОРИ:

1. $\frac{1}{2}$

6. $-\frac{4}{5}, -\frac{16}{5}, 30^\circ$

2. $-a \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + b \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - c \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
 $(3a - 7b + 2c)$

7. $\frac{\pi}{3}$ или $\frac{2\pi}{3}$

8. $\frac{1}{2} AB$
 $\begin{bmatrix} -24 & 48 \\ -30 & 60 \end{bmatrix}$

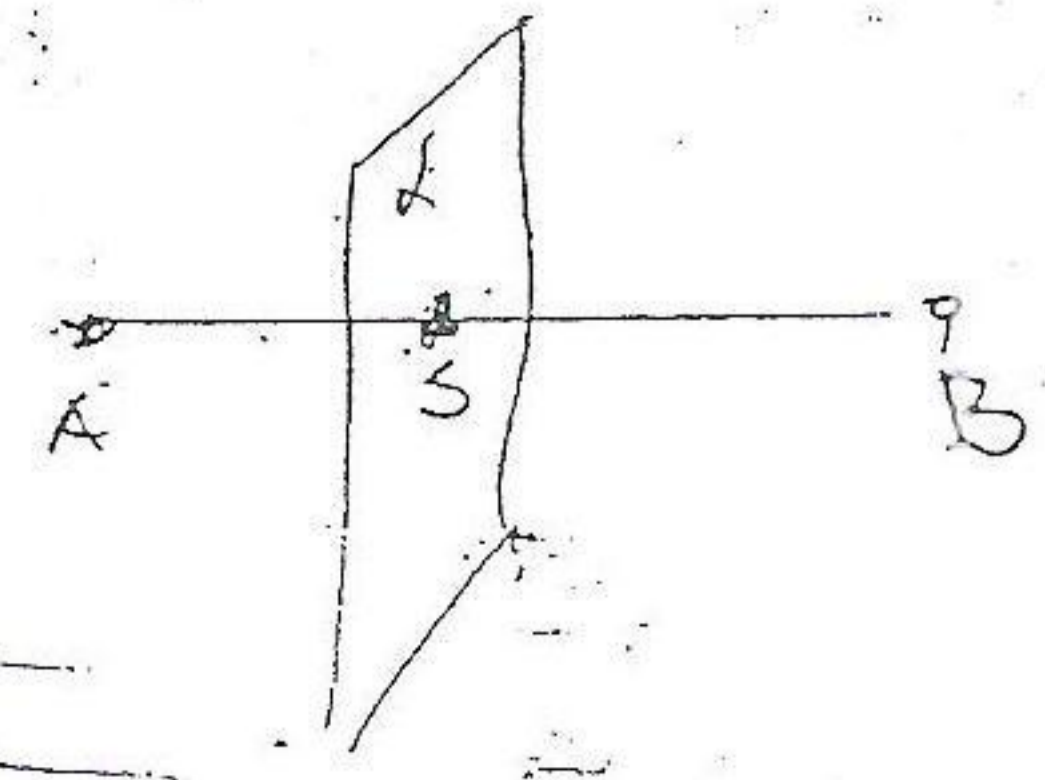
8. $\frac{x}{1} = \frac{y + \frac{2}{3}}{1} = \frac{z + 1}{2}$

5. $-\frac{1}{2}, -1$

9. $x + 2y + 6z - 4 = 0$

10. $(1, 2, 3)$

$\pi = \frac{1}{2} AB$



$\vec{AB} = (2, 4, 12)$
 $\vec{AB} = \frac{1}{2} \vec{BS}$
 $\vec{BS}(1, 2, 6) = h \cdot \vec{n}(a, b, c)$

Прелиминарни тест из Математике I (4)

1. Израчунати детерминанту

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 6 & 1 & 0 & 1 \\ 9 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. За дату матрицу $A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -2 \\ 1 & 6 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ наћи $\text{adj}A$.

3. Наћи вредност параметра a систем има решење

$$\begin{cases} -2x - 6y + 2z + 4t = 1 \\ x - y + 2t = 3 \\ ax + y + z - 6t = -5 \end{cases}$$

4. Наћи фундаментални скуп решења датог хомогеног система

$$\begin{cases} 5x - 4y + 2z + 3t = 0 \\ 4x - 6y + 3z + 2t = 0 \\ 17x - 8y + 4z + 11t = 0 \end{cases}$$

5. Наћи карактеристичне вредности матрице $A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -2 \\ 1 & 6 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

6. Дате су тачке $A(0,1,1)$, $B(3,-2,1)$ и $C(3,1,-2)$. Наћи координате тачке D тако да је $ABCD$ паралелограм.

7. Дати су вектори $\vec{a}(-2,1,3)$, $\vec{b}(1,0,1)$, $\vec{c}(1,1,0)$. Написати вектор \vec{c} као линеарну комбинацију вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$.

8. Дата је крива $C: 3x^2 + 3y^2 - 2xy = 6$. Наћи канонску једначину дате криве.

9. Дате су праве $p: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$, $q: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Наћи једначину равни која их садржи.

10. Наћи растојање тачке $A(3,2,-6)$ од параве $p: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{3}$.

Одговори:

1. $\det A = 12$

2. $\text{adj}A = \begin{bmatrix} 14 & -7 & 14 \\ -7 & 14 & -14 \\ 14 & -14 & 35 \end{bmatrix}$

3. За a

4. _____

5. Карактеристичне вредности су: _____

6. _____

7. _____

8. _____

9. _____

10. _____

$$d(A, p) = \frac{|\vec{p} \times \vec{PA}|}{|\vec{p}|}$$

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ I
(група 5)

Број бодова:

Име и презиме:

Број индекса:

6 - 14 + 1
-7

1. Израчунати $(AB)^T$ ако је $A = \begin{bmatrix} 2 & -7 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.
 $AB^T = \begin{bmatrix} -7 & -5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ $AB^T = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$

2. Израчунати A^{-1} ако је $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

3. Израчунати ранг матрице $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ -3 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 3 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Решити систем једначина
 $x - 2y + z = -2$
 $-2x + y + z = 0$
 $x + y - 2z = 2$.

5. Одредити сопствене вредности матрице $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$.

6. Израчунати површину троугла ABC $A(2, -3, 0), B(1, 1, 1), C(2, 1, 1)$.
 7. Израчунати запремину тетраедра ABCD $A(2, 3, 5), B(4, 3, 6), C(3, 1, 2), D(1, 1, 2)$.
 8. Одредити једначину равни која садржи три тачке: $A(2, -3, 0), B(1, 1, 1), C(2, 1, 1)$.
 9. Одредити канонску једначину праве p која је задата као пресек две равни

$$p \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 2x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$$

10. Одредити нормалну пројекцију тачке $A(-2, 0, 2)$ на праву $p: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{2}$.

Одговори:

1. $AB^T = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$

2. $A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & -9 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\text{rang}(A) = 4$

4. $x = -\frac{1}{3}k - \frac{2}{3}l$ $y = l$ $z = k - \frac{4}{3}l$

5. Сопствене вредности су: $\lambda_1 = -3, \lambda_2 = -3, \lambda_3 = 6$

6. $P = \frac{\sqrt{17}}{2}$

7. $V = \frac{2}{3}$

8. Једначина равни је $0x + 4y - 4z - 3 = 0$

9. Једначина праве је $\frac{x-\frac{3}{2}}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+\frac{2}{3}}{-1}$

10. Пројекција тачке је $(0, 2, 3)$

Прелиминарни тест из Математике 1 (2)

1. Израчунати $f(A)$ ако је $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ и $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

2. Израчунати детерминанту $\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

3. Израчунати $(A^T)^{-1}$ за $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

4. За коју вредност параметра p дати систем има нетривијално решење

$$\begin{cases} px + 3y - z = 0 \\ x + py + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

5. Наћи сопствени вектор дате матрице A који одговара највећој сопственој вредности.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda a + \beta b + \gamma c = 0 \\ \lambda + 3\beta - 2\gamma = 0 \\ \lambda + \beta + 2\gamma = 0 \\ 2\lambda + 3\gamma = 0 \end{cases}$$

6. Наћи вредност параметра m таке да су вектори $\vec{a} = (m, 1, 2)$, $\vec{b} = (3, 1, 0)$, $\vec{c} = (-2, 2, 3)$ линеарно зависни.

7. Дате су праве $p: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+1}{2}$ и $q: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-3}{2}$

- A) Наћи пресечну тачку датих правах.
- B) Наћи косинус угла који заклапају дате праве.
- B) Наћи једначину равни која садржи дате праве.

8. Скицирати површ $S: (x-1)^2 = y^2 + z^2$

Одговори:

1. $f(A) = \begin{bmatrix} 20 & 20 & -1 \\ 29 & 69 & -9 \\ 17 & 20 & 2 \end{bmatrix}$

2. $\det A = -17$

3. $(A^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/16 & -2/3 & 5/6 \\ 1/6 & 1/3 & 1/6 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$

4. За $p = 2$

5. Сопствени вектор је $\chi^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

6. $m = \frac{7}{3}$

7A $L(10, 1, 9)$

7B

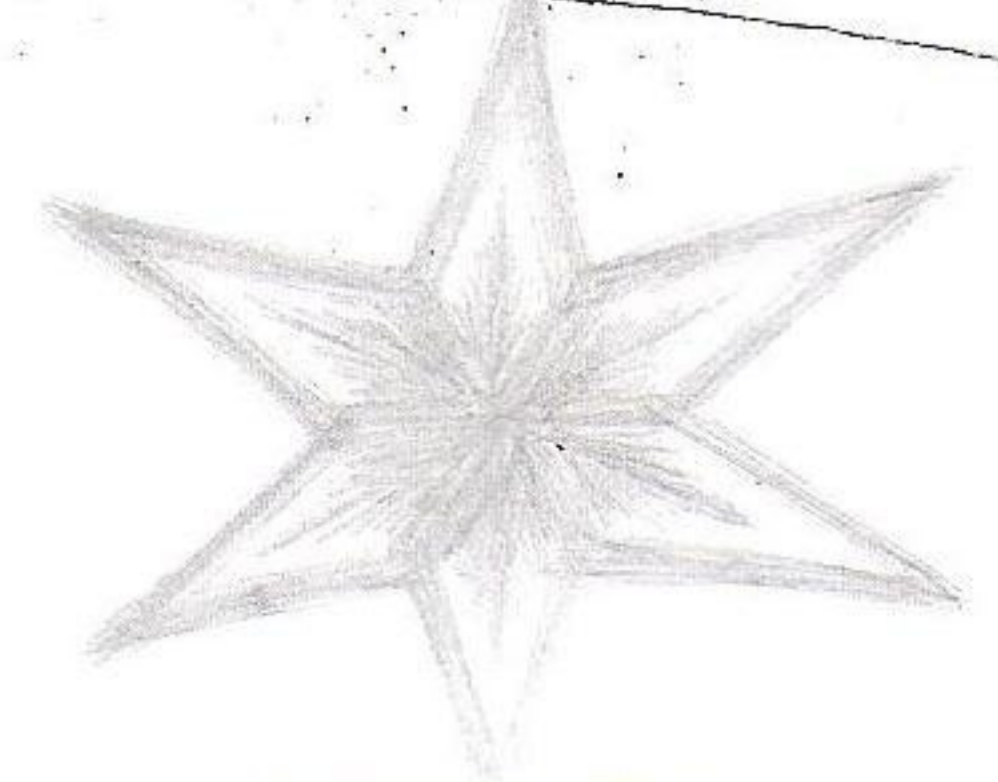
$\frac{3\sqrt{10}}{10}$

7B

$d = -2\gamma - 2$

$\frac{x}{2} = \frac{z+1}{2}$
 $\frac{z-3}{1} = \frac{z-3}{2}$
 $2x = z+1$
 $2x = z+3$
 $x - z = 1$
 $x - z = 3$
 $x = 2$
 $z = 1$
 $A(2, 1, 1)$

$-2\gamma + 3\beta + 2\alpha = 0$
 $2\gamma + \beta + \alpha = 0$
 $3\gamma + 2\alpha = 0$
 $3\gamma + 2\alpha = 0$
 $2\gamma + \beta + \alpha = 0$
 $2\gamma + 3\beta + 2\alpha = 0$



9

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

(група 2)

Име и презиме:
Сала:

Број индекса:
Број бодова:

1. Израчунати вредност детерминанте

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ a & b & c & d \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{vmatrix} = 0$$

2. Одредити ранг матрице $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{bmatrix}$
rang A = 2

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

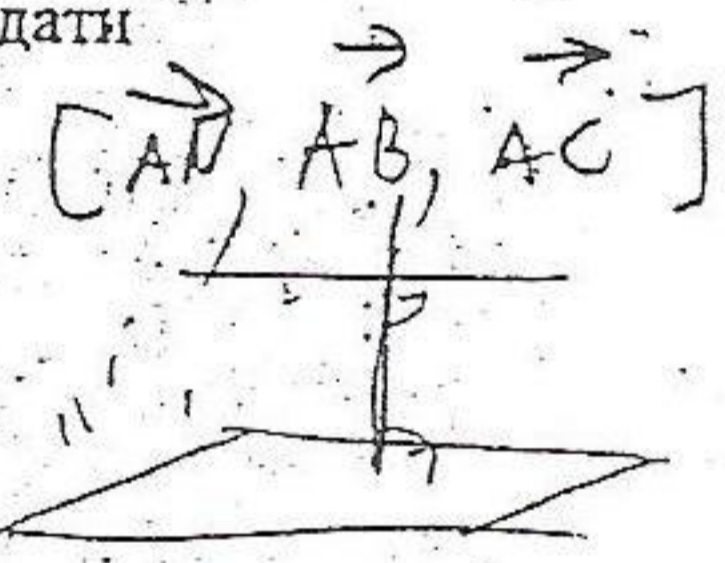
rank A = 2

3. Одредити сопствене вредности матрице $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 2$

4. Дати су вектори $\vec{a} = (1, 2, 1), \vec{b} = (1, 0, -2), \vec{c} = (2, 1, \lambda)$. Одредити λ тако да дати вектори буду компланарни.

5. Дате су тачке $A(-1, 2, 3), B(0, 1, 1), C(2, 0, 3)$. Одредити једначину равни која садржи ове тачке.



6. Одредити a тако да права $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{a}$ буде паралелна равни $\pi: x-2y+z-4=0$.

7. Одредити растојање тачке $M(1, -2, -3)$ од равни $\pi: 2x-y+z-4=0$.

8. Одредити растојање тачке $M(1, -2, 3)$ од праве $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

9. Одредити површину троугла одређеног тачкама $A(1, -2, 3), B(0, -1, 1), C(2, 0, 3)$.

10. Одредити центар и полупречник сфере $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y + z + 4 = 0$.

ОДГОВОРИ:

1. 0
2. 2
3. -1, 2
4. $\lambda = -\frac{5}{2}$

5. $4x + 6y - z - 5 = 0$
6. $a = -3$
7. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
8. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

9. $C(1, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$
 $S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$
 $S = \frac{\sqrt{15}}{2}$

Рев

10

Грађевински факултет Универзитета у Београду

15.4.2006.

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1
(група 3)

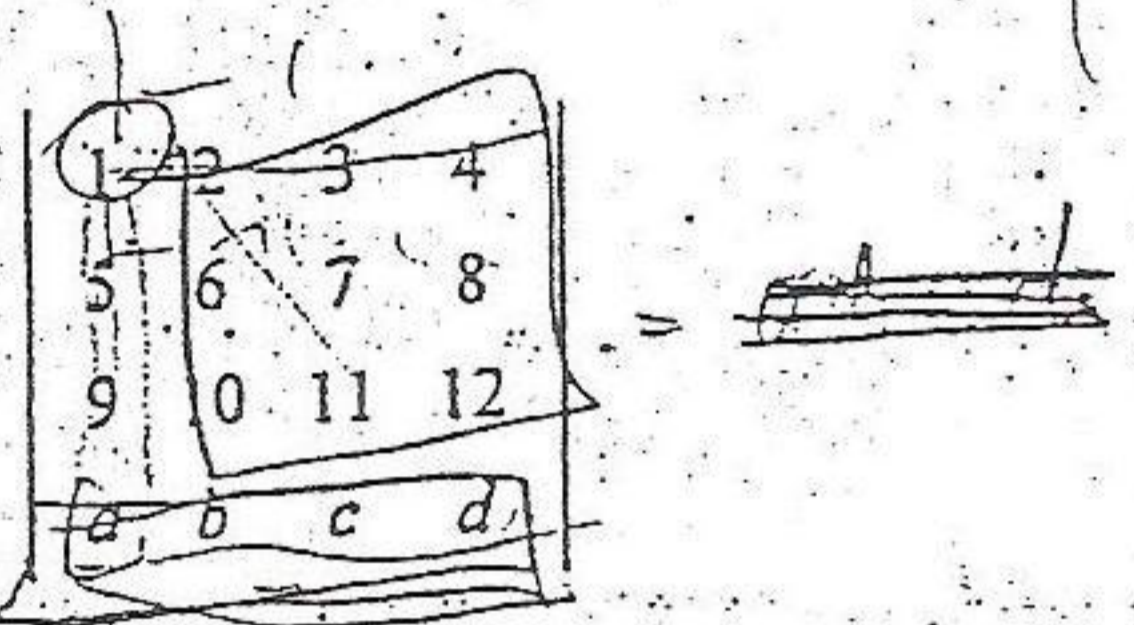
Име и презиме:
Сала:

Број индекса:
Број бодова:

#/

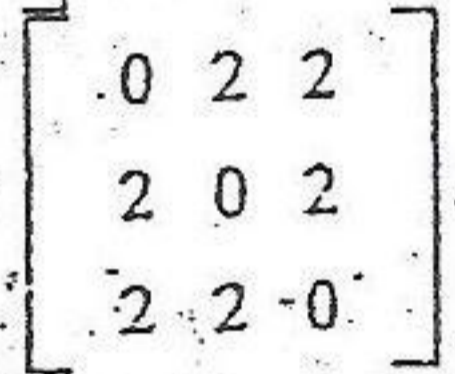
0,30

1. Израчунати вредност детерминанте



2. Одредити ранг матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 \end{bmatrix}$

3. Одредити сопствене вредности матрице



4. Дати су вектори $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 0, -2)$, $\vec{c} = (2, 1, \lambda)$. Одредити λ тако да дати вектори буду компланарни.

5. Дате су тачке $A(1, 2, 3)$, $B(0, -1, 1)$, $C(2, 0, 3)$. Одредити једначину равни која садржи ове тачке.

6. Одредити a тако да права $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{a}$ буде паралелна равни $\pi: x+2y+z-4=0$.

7. Одредити растојање тачке $M(1, -2, 3)$ од равни $\pi: 2x-y+z-4=0$.

8. Одредити растојање тачке $M(1, 0, 3)$ од праве $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

9. Одредити површину троугла одређеног тачкама $A(1, 2, 3)$, $B(0, -1, 1)$, $C(2, 0, 3)$.

10. Одредити центар и полупречник сфере $x^2+y^2+z^2+2x-y+z-4=0$.

$P_{\Delta} = \frac{1}{2} |AB \times AC|$

ОДГОВОРИ:

1. 0

2. 2

3. -2, 4, 2

4. $\lambda = -1$

5. $4x + 2y - 5z + 7 = 0$

9. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

6. $a = 1$

10. $C(-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

7. $\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3}{\sqrt{6}}$

8. $\frac{\sqrt{21}}{3} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

$r = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}$

