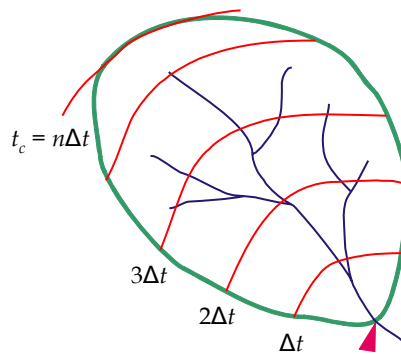


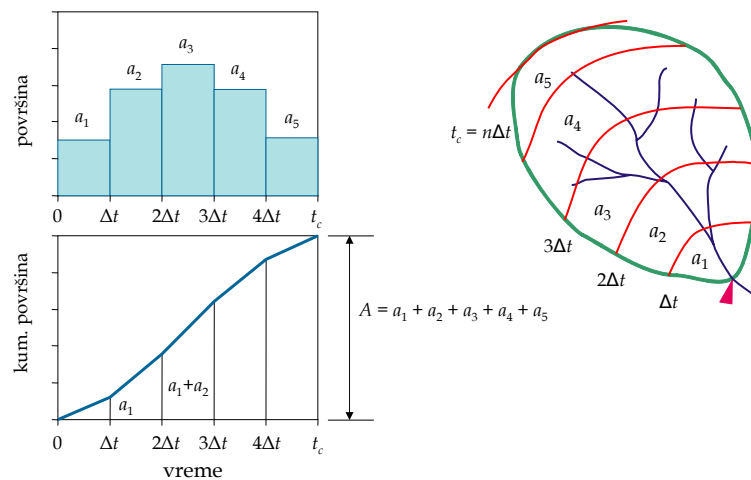
## Modeliranje direktnog oticaja

- Transformacija efektivne kiše u oticaj
  - “propagacija” efektivne kiše do izlaznog profila sliva
- Vreme putovanja i vreme koncentracije
  - izohrone: linije istog vremena putovanja vode do izlaznog profila sliva



## Modeliranje direktnog oticaja

- Dijagram vreme-površina
  - može se shvatiti kao dotok u hipotetički rezervoar na izlaznom profilu sliva



## Metoda izohrona

### Metoda izohrona

- čista translacija efektivne kiše
- kiša pada ravnomerno po površini sliva

$$t = \Delta t: V_{ol} = i_{e1} \cdot \Delta t \cdot a_1 \rightarrow Q_1 = i_{e1} \cdot a_1$$

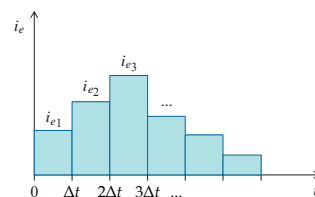
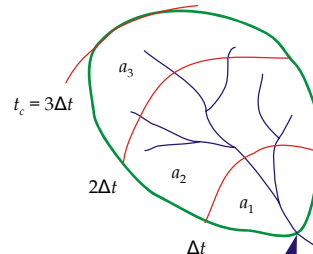
$$t = 2\Delta t: Q_2 = i_{e2} \cdot a_1 + i_{e1} \cdot a_2$$

$$t = 3\Delta t: Q_3 = i_{e3} \cdot a_1 + i_{e2} \cdot a_2 + i_{e1} \cdot a_3$$

$$t = 4\Delta t: Q_4 = i_{e4} \cdot a_1 + i_{e3} \cdot a_2 + i_{e2} \cdot a_3$$

$$t = 5\Delta t: Q_5 = i_{e5} \cdot a_1 + i_{e4} \cdot a_2 + i_{e3} \cdot a_3$$

...



## Metoda izohrona

### Metoda izohrona – specijalni slučajevi

- kiša pada ravnomerno po površini sliva,  $i_e = \text{const}$
- $a_i = a$
- $t_k \rightarrow \infty$

$$t = \Delta t: Q_1 = i_{e1} \cdot a_1 = i_e a = \frac{1}{3} i_e A$$

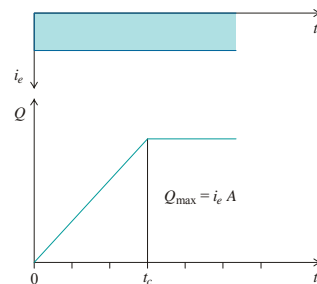
$$t = 2\Delta t: Q_2 = i_{e2} \cdot a_1 + i_{e1} \cdot a_2 = 2i_e a = \frac{2}{3} i_e A$$

$$t = 3\Delta t: Q_3 = i_{e3} \cdot a_1 + i_{e2} \cdot a_2 + i_{e1} \cdot a_3 = 3i_e a = i_e A$$

$$t = 4\Delta t: Q_4 = i_{e4} \cdot a_1 + i_{e3} \cdot a_2 + i_{e2} \cdot a_3 = 3i_e a = i_e A$$

$$t = 5\Delta t: Q_5 = i_{e5} \cdot a_1 + i_{e4} \cdot a_2 + i_{e3} \cdot a_3 = 3i_e a = i_e A$$

...



## Metoda izohrona

### Metoda izohrona – specijalni slučajevi

- kiša pada ravnomerno po površini sliva,  $i_e = \text{const}$
- $a_i = a$
- $t_k = t_c$

$$t = \Delta t: Q_1 = i_{e1} \cdot a_1 = i_e a = \frac{1}{3} i_e A$$

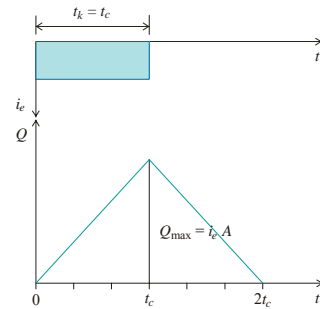
$$t = 2\Delta t: Q_2 = i_{e2} \cdot a_1 + i_{e1} \cdot a_2 = 2i_e a = \frac{2}{3} i_e A$$

$$t = 3\Delta t: Q_3 = i_{e3} \cdot a_1 + i_{e2} \cdot a_2 + i_{e1} \cdot a_3 = 3i_e a = i_e A$$

$$t = 4\Delta t: Q_4 = 0 \cdot a_1 + i_{e3} \cdot a_2 + i_{e2} \cdot a_3 = 2i_e a = \frac{2}{3} i_e A$$

$$t = 5\Delta t: Q_5 = 0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_2 + i_{e3} \cdot a_3 = i_e a = \frac{1}{3} i_e A$$

$$t = 6\Delta t: Q_6 = 0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_2 + 0 \cdot a_3 = 0$$



## Metoda izohrona

### Metoda izohrona – specijalni slučajevi

- kiša pada ravnomerno po površini sliva,  $i_e = \text{const}$
- $a_i = a$
- $t_k > t_c$

$$t_c = 3\Delta t, \quad t_k = 4\Delta t$$

$$t = \Delta t: Q_1 = i_{e1} \cdot a_1 = i_e a = \frac{1}{3} i_e A$$

$$t = 2\Delta t: Q_2 = i_{e2} \cdot a_1 + i_{e1} \cdot a_2 = 2i_e a = \frac{2}{3} i_e A$$

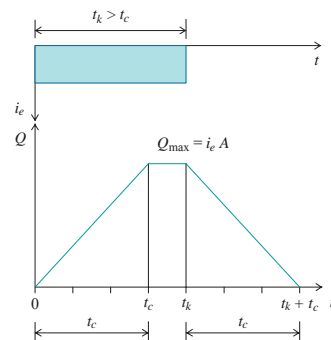
$$t = 3\Delta t: Q_3 = i_{e3} \cdot a_1 + i_{e2} \cdot a_2 + i_{e1} \cdot a_3 = 3i_e a = i_e A$$

$$t = 4\Delta t: Q_4 = i_{e4} \cdot a_1 + i_{e3} \cdot a_2 + i_{e2} \cdot a_3 = 3i_e a = i_e A$$

$$t = 5\Delta t: Q_5 = 0 \cdot a_1 + i_{e4} \cdot a_2 + i_{e3} \cdot a_3 = 2i_e a = \frac{2}{3} i_e A$$

$$t = 6\Delta t: Q_6 = 0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_2 + i_{e4} \cdot a_3 = i_e a = \frac{1}{3} i_e A$$

$$t = 7\Delta t: Q_7 = 0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_2 + 0 \cdot a_3 = 0$$



## Metoda izohrona

### Metoda izohrona – specijalni slučajevi

- kiša pada ravnomerno po površini sliva,  $i_e = \text{const}$
- $a_i = a$
- $t_k < t_c$

$$t_c = 3\Delta t, \quad t_k = 2\Delta t$$

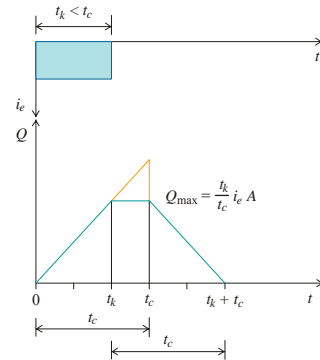
$$t = \Delta t: \quad Q_1 = i_{e1} \cdot a_1 = i_e a = \frac{1}{3} i_e A$$

$$t = 2\Delta t: \quad Q_2 = i_{e2} \cdot a_1 + i_{e1} \cdot a_2 = 2i_e a = \frac{2}{3} i_e A$$

$$t = 3\Delta t: \quad Q_3 = 0 \cdot a_1 + i_{e2} \cdot a_2 + i_{e1} \cdot a_3 = 2i_e a = \frac{2}{3} i_e A$$

$$t = 4\Delta t: \quad Q_4 = 0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_2 + i_{e2} \cdot a_3 = i_e a = \frac{1}{3} i_e A$$

$$t = 5\Delta t: \quad Q_5 = 0 \cdot a_1 + 0 \cdot a_2 + 0 \cdot a_3 = 0$$



## Racionalna metoda

### Racionalna metoda

- Mulvaney, 1850

$$Q = \eta \cdot i \cdot A$$

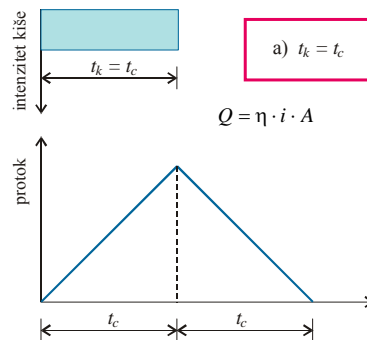
$\eta$  – koeficijent oticaja

$i$  – intenzitet kiše trajanja  $t_k = t_c$

$A$  – površina sliva

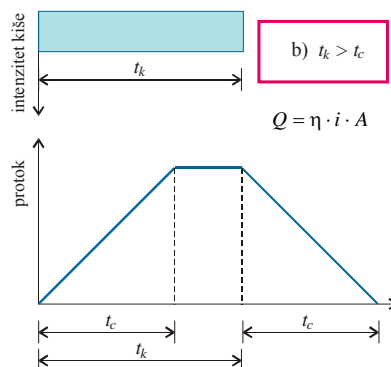
## Racionalna metoda

- Tri osnovna slučaja



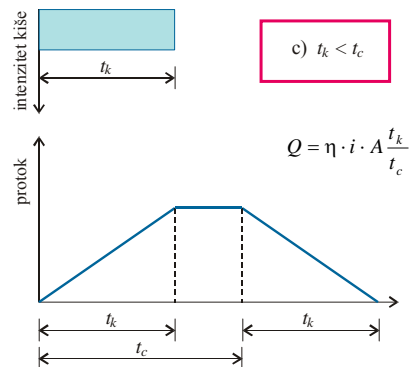
## Racionalna metoda

- Tri osnovna slučaja



## Racionalna metoda

- Tri osnovna slučaja

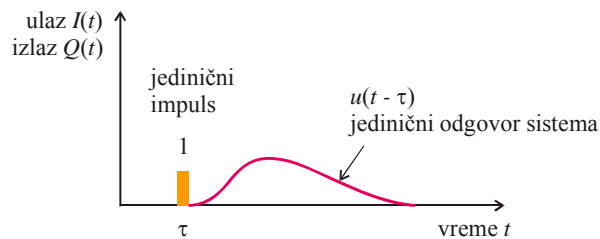


## Jedinični hidrogram

- Pretpostavka: za kiše sličnih karakteristika očekuje se sličan oblik hidrograma oticaja
- Jedinični hidrogram – tipičan hidrogram za dati sliv jedinične zapremine otekle vode
- Definicija: jedinični hidrogram = hidrogram direktnog oticaja usled jedinične efektivne kiše (1 mm) konstantnog intenziteta koja je ravnomerno raspoređena po površini sliva

## Jedinični hidrogram

- Sliv se tretira kao linearni sistem
- Definisan odgovor sistema (izlaz) na jedinični impuls (ulaz)



- jedinični impuls = efekt. kiša kratkog trajanja  $\Delta t \rightarrow 0$ , takva da je  $i \cdot \Delta t = 1 \text{ mm}$
- interval  $\Delta t$  treba da bude dovoljno mali tako da se može uzeti da je  $i \approx \text{const.}$

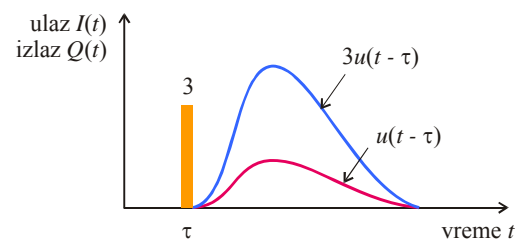
## Jedinični hidrogram

- Jedinični hidrogram kao model oticaja - osnovne pretpostavke:
  - intenzitet efektivne kiše konstantan tokom trajanja kiše
  - efektivna kiša ravnomerno raspoređena na slivu
  - za efektivnu kišu zadatog trajanja baza hidrograma oticaja je uvek ista, a ordinate su proporcionalne ukupnom sloju oticaja (ukupnoj efektivnoj kiši)
  - jedinični hidrogram je jedinstven za dati sliv i nepromenljiv u vremenu

## Jedinični hidrogram

### ■ Teorija linearnih sistema:

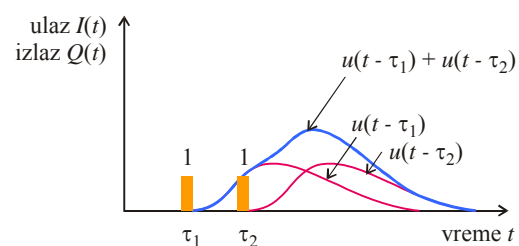
- princip proporcionalnosti: odgovor sistema na impuls veličine  $c$  jednak je odgovoru sistema na jedinični impuls pomnoženom sa  $c$



## Jedinični hidrogram

### ■ Teorija linearnih sistema:

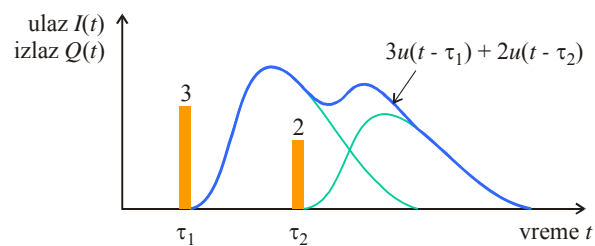
- princip superpozicije: odgovor sistema na dva jedinična impulsa jednak je zbiru odgovora na svaki od dva impulsa





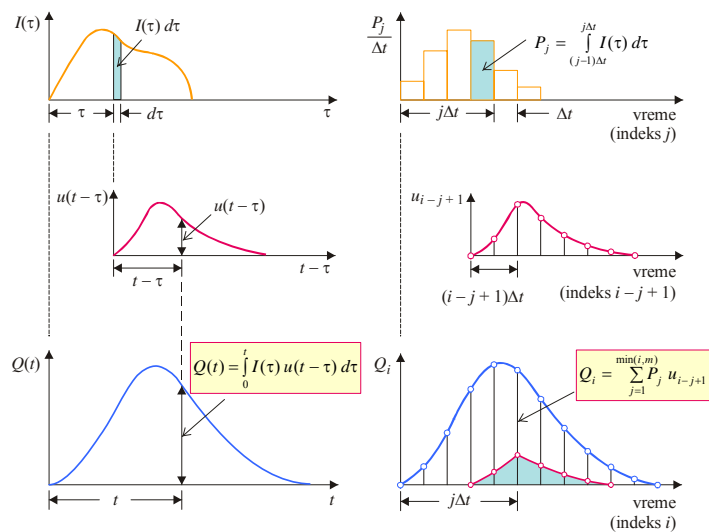
## Jedinični hidrogram

- Teorija linearnih sistema:
  - princip superpozicije i princip proporcionalnosti zajedno



## Jedinični hidrogram

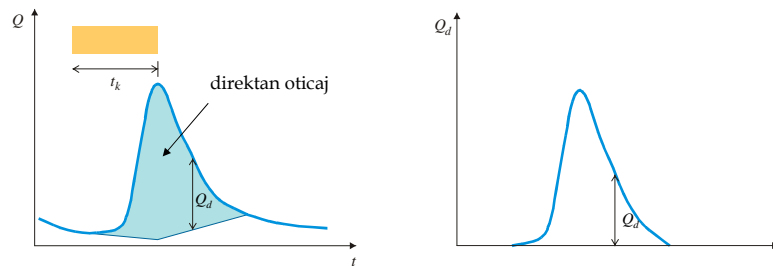
- Odgovor (izlaz) linearnog sistema  $Q(t)$  na ulaz  $I(t)$  opisuje se integralom ili zbirom **konvolucije**



## Jedinični hidrogram

### ■ Određivanje na osnovu osmotrenih podataka (identifikacija)

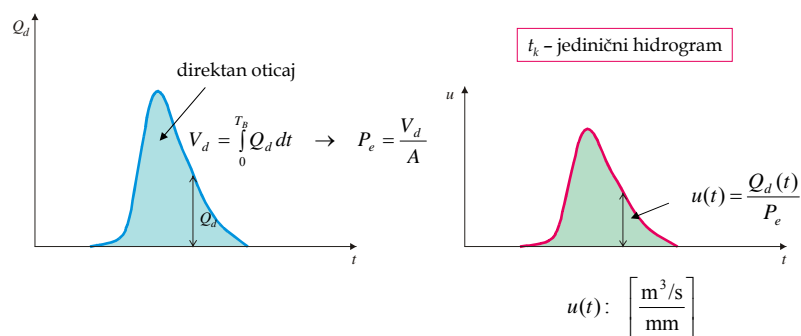
1. odvajanje direktnog i baznog oticaja



## Jedinični hidrogram

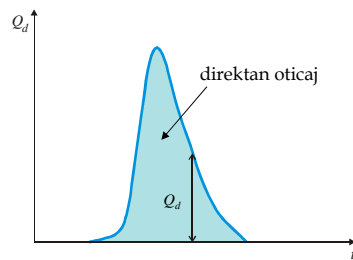
### ■ Određivanje na osnovu osmotrenih podataka (identifikacija)

2. određivanje efektivne kiše i proračun JH

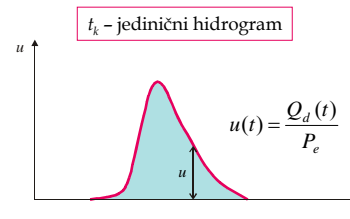


## Jedinični hidrogram

### ■ Važna karakteristika JH



$$\int_0^{T_B} Q_d(t) dt = V_d = P_e \cdot A$$



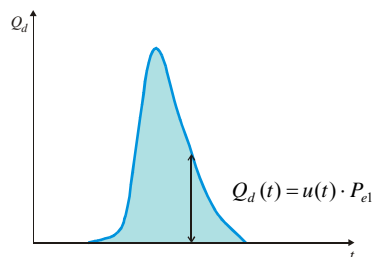
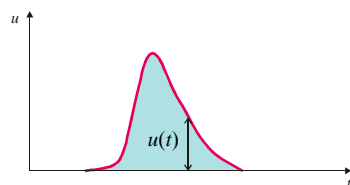
$$\int_0^{T_B} u(t) dt = \int_0^{T_B} \frac{Q_d(t)}{P_e} dt = \frac{1}{P_e} \int_0^{T_B} Q_d(t) dt = \frac{1}{P_e} \cdot V_d = A$$

## Jedinični hidrogram

### ■ Primena

- za kišu trajanja  $t_k$  sa efektivnom visinom  $P_{e1}$ :

$t_k$  - jedinični hidrogram

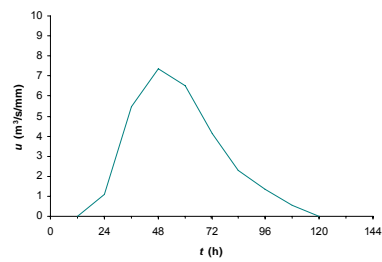


## Jedinični hidrogram

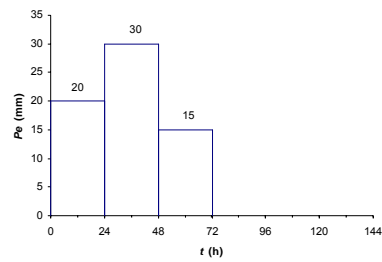
### ■ Primena

- za složenu kišu trajanja  $nt_k$ : superpozicija  $n$  elementarnih hidrograma

$t_k$  – jedinični hidrogram



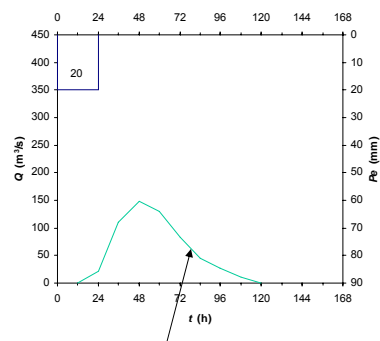
kiša trajanja  $3 \times 24$ h



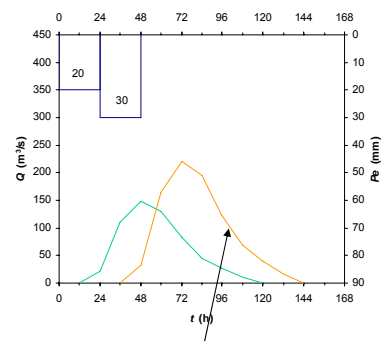
## Jedinični hidrogram

### ■ Primena

- za složenu kišu trajanja  $nt_k$ : superpozicija  $n$  elementarnih hidrograma



$$Q_{d1}(t) = u(t) \cdot P_{e1}$$

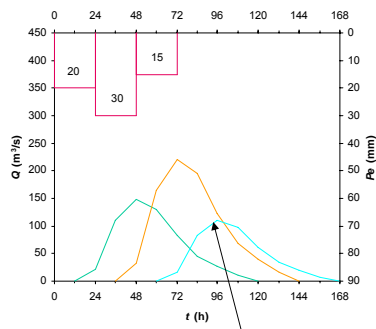


$$Q_{d2}(t) = u(t - 24) \cdot P_{e2}$$

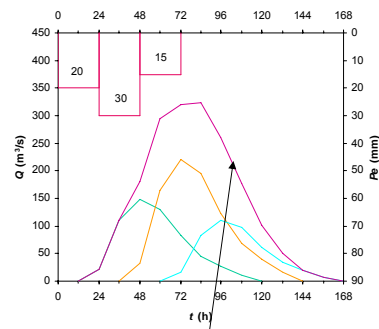
## Jedinični hidrogram

### ■ Primena

- za složenu kišu trajanja  $nt_k$ : superpozicija  $n$  elementarnih hidrograma



$$Q_{d3}(t) = u(t - 48) \cdot P_{e3}$$



$$Q_d(t) = Q_{d1}(t) + Q_{d2}(t) + Q_{d3}(t)$$

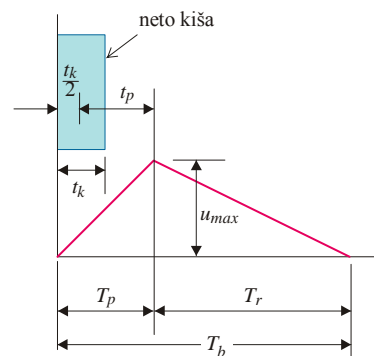
## Sintetički jedinični hidrogrami

### ■ Za neizučene slivove

### ■ Konstruišu se na osnovu karakteristika:

- vreme podizanja  $T_p$
- vreme opadanja  $T_r$
- maksimalna ordinata  $u_{max}$
- vreme kašnjenja  $t_p$ :  
rastojanje između težišta  
hijetograma efektivne kiše i  
maksimalne ordinate  
jediničnog hidrograma

$$T_p = t_p + \frac{t_k}{2}$$



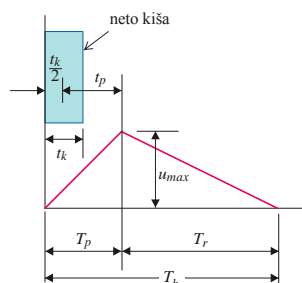
## Sintetički jedinični hidrogrami

- regionalne veze između karakteristika sliva i karakteristika jediničnog hidrograma
  - npr.  $u_m(A)$ ,  $t_p(L, L_c, I_{sl})$
- karakteristike nisu nezavisne, jer je potrebno ispuniti uslov:

$$\int_0^{T_B} u(t) dt = A$$

## Sintetički jedinični hidrogrami

- Sintetički jedinični hidrogram po SCS



$$T_r = 1.67T_p \rightarrow T_B = 2.67T_p$$

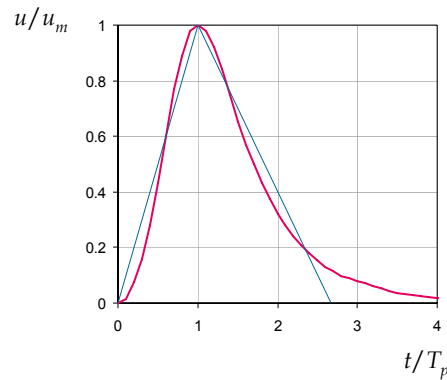
$$\int_0^{T_B} u(t) dt = \frac{u_m \cdot T_B}{2} = A \rightarrow u_m = 0.75 \frac{A}{T_p}$$

$$T_p = t_p + \frac{t_k}{2}$$

$$t_p \approx 0.6t_c$$

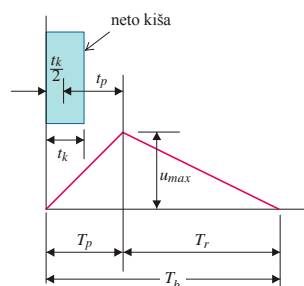
## Sintetički jedinični hidrogrami

- Sintetički jedinični hidrogram po SCS
  - bezdimenzionalni krivolinijski JH



## Sintetički jedinični hidrogrami

- Sintetički jedinični hidrogram po Jovanoviću i Brajkoviću
  - modifikovani sintetički JH po SCS



$$T_r = rT_p \rightarrow T_b = (1 + r)T_p$$

$$T_p = t_p + \frac{t_k}{2}, \quad t_p = at_k + t_0$$

$$t_0 = 0.4L^{0.67} \left( \frac{L \cdot L_c}{\sqrt{J_u}} \right)^{0.086}$$

$$L, L_c \text{ [km]}, \quad J_u \text{ [%]}, \quad t_0 \text{ [h]}$$

$$a = f(A) = 0.3 \div 0.7$$

## Sintetički jedinični hidrogrami

### ■ Preporuke za koeficijent $r$

Vrsta površine / metoda	Koeficijent $r$
racionalna teorija	1
urbano, veliki nagib	1.25
SCS	1.67
urbano/ruralno	2.25
ruralno, brdovito	3.33
ruralno, blagi nagib	5.5
ruralno, ravno	12.0

## Sintetički jedinični hidrogrami

### ■ Procena vremena koncentracije – formule iz prakse

Metod/autor	Formula za $t_c$ (min)	Napomena
Kirpich (1940)	$t_c = 0.0195 L^{0.77} S^{-0.385}$ $L$ = dužina toka od izvora do izlaza (m) $S$ = prosečan nagib sliva (m/m)	za ruralne slivove sa jasno izraženim rečnim tokovima i strimim nagibima; za asfaltirane površine ili betonske kanale preporučuje se da se $t_c$ pomnoži sa 0.4
FAA (1970)	$t_c = 0.7 (1.1 - c) L^{0.5} S^{-0.333}$ $c$ = koeficijent oticaja u racionalnoj metodi $L$ = dužina površinskog tečenja (m) $S$ = nagib površine (m/m)	formula razvijena za odvodnjavanje aerodroma, a može se koristiti za urbane slivove
Kinematski talas	$t_c = 1.36 L^{0.6} n^{0.6} i^{-0.4} S^{-0.3}$ $L$ = dužina površinskog tečenja (m) $n$ = Manningov koeficijent hrapavosti $i$ = intenzitet ef. kiše (mm/min) $S$ = prosečan nagib površine (m/m)	za površinsko tečenje na razvijenim površinama; formula se rešava iterativno pošto sadrži intenzitet efektivne kiše koji zavisi od vremena koncentracije (uz korišćenje zavisnosti intenzitet kiše – trajanje – povratni period)
SCS metoda kašnjenja	$t_c = 0.0136 L^{0.8} S^{-0.5} (1000/CN - 9)^{0.7}$ $L$ = najduži put tečenja na slivu (m) $CN$ = SCS broj krive $S$ = prosečan nagib sliva (m/m)	za male ruralne slivove; smatra se dobrom za potpuno pokrivene površine, dok za mešovite površine daje prececnjeno $t_c$ ; nastala od pretpostavke da je $t_c = 1.67 t_p$
SCS metoda brzina	$t_c = 1/60 \Sigma (L_i / v_i)$ $L_i$ = dužina putanje tečenja (m) $v_i$ = prosečna brzina tečenja (m/s)	podrazumeva određivanje brzina površinskog tečenja