

1. Primena celicnih konstrukcija u gradjevinarstvu

- **Zgradarstvo** : sportske dvorane izložbene hale, višespratne zgrade, industrijske hale, krovovi stadiona, hangari...
- **Mostogradnja**: drumski mostovi, železnički mostovi, kombinovani mostovi, pešački mostovi, industrijski mostovi...
- **Specijalne (inženjerske) konstrukcije**: antenski stubovi, stubovi dalekovoda, industrijski dimnjaci, silosi, rezervoari, cevovodi, ofšor platforme...

2. Istorijat metalnih konstrukcija

- 1735. osvojen je postupak dobijanja sirovog gvožđa,
- 1777-79. izveden je most preko reke Severn u Engleskoj kao prva građevinska konstrukcija od sirovog gvožđa. Most je lučni raspona 30.8 m, a i danas je u upotrebi kao pešački most.
- 1855. god. Henri Besemer je pronašao postupak dobijanje čelika u kruškastim pećima (konvertorima)
- 1874. god. završen je most Sent Luis preko reke Misisipi (SAD) kao prva značajna konstrukcija od čelika. Most je lučni sa rasponima preko 150 m.

3. Prednosti i nedostaci celicnih konstrukcija

Prednosti čeličnih konstrukcija

- Visoke vrednosti mehaničkih karakteristika,
- Male dimenzije i težine elemenata,
- Industrijalizovana proizvodnja – visok kvalitet,
- Laka manipulacija, transport i montaža,
- Lakše i jeftinije fundiranje,
- Manja osetljivost na seizmičke uticaje,

- Fleksibilnost i adaptibilnost,
- Mogućnost demontaže i trajna vrednost,
- Laka i jednostavna sanacija i rekonstrukcija.

Nedostaci čeličnih konstrukcija

- Osetljivost na dejstvo korozije.
- Osetljivost na dejstvo požara.
- Potreba za kvalifikovanijom radnom snagom.

4. Postupci dobijanja celika

- Čelik je legura gvožđa (Fe) i ugljenika (C).
- Sadržaj ugljenika bitno utiče na svojstva čelika.
- Gvožđe se u prirodi nalazi u vidu ruda kao što su: magnetit (Fe_3O_4), hematit (Fe_2O_3), siderit (FeCO_3), i pirit (FeS_2).
- Sirovo gvožđe se dobija u visokim pećima preradom rude gvožđa na visokim temperaturama.
- Daljom preradom u čeličanama od sirovog gvožđa dobija se čelik.

Postupci za dobijanje čelika

1. Postupci produvanja:

Tomsov postupak - Produvanje vazduhom

Visok procenat azota (čelik je krto i podložan starenju);

LD postupak - Produvanje kiseonikom

Sadržaj azota je znatno manji (čelik je boljeg kvaliteta);

Kapacitet peći je veći (420 t), a vreme odlivanja manje;

2. Postupci u plamenim

pećima: Simens-Martinov postupak - oksidacioni plamen

Veliki utrošak energije (mešavina zemnog gasa i vazduha);

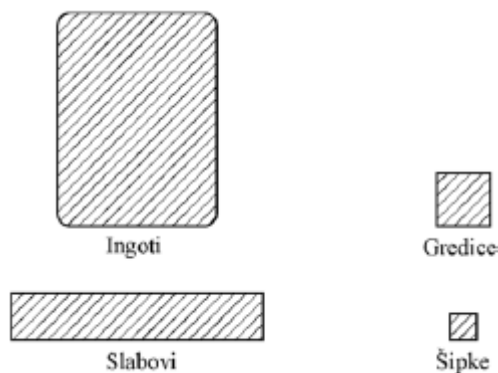
Manji sadržaj azota, veće vreme odlivanja;

Postupak u elektro pećima - električni luk ($T=3500^{\circ}\text{C}$)

Postupak je skup i koristi se za dobijanje kvalitetnih i visokolegiranih čelika. Kapacitet peći je 200t, a vreme odlivanja je 1,5 sat;

5. Poluproizvodi i vrste njihove dalje obrade

Oblici osnovnih proizvoda čeličana



Proizvodi čeličana se **ne koriste** kao gotovi proizvodi za izradu čeličnih konstrukcija. Oni su u stvari poluproizvodi koji se dodatno prerađuju (najčešće deformacijom).

Postupci obrade su:

- valjanje,
- kovanje,
- presovanje i
- izvlačenje.

Najviše se primenjuje **valjanje** (90%).

Valjanje može biti:

- u **vrućem** stanju - vruće valjani proizvodi,
- u **hladnom** stanju - hladno valjani (oblikovani) proizvodi.

6. Standardni vruće valjani proizvodi

Mogu da se podele na četiri grupe:

- **Štapasti proizvodi**,
- **Limovi, prema debljini** se dele na:
 1. fine limove $t < 3$ mm ,
 2. srednje limove $3 < t < 4,75$ mm,
 3. grube limove $t > 4,75$ mm .

- Prema obradi površine** dele se na:
1. glatke (ravne),
 2. rebraste,
 3. bradavičaste i
 4. perforirane.

- **Profilisani nosači** (U, I , HEA, HEB, HEM...) ,
- **Šuplji profili**.

7. Hladno oblikovani proizvodi

Dobijaju se:

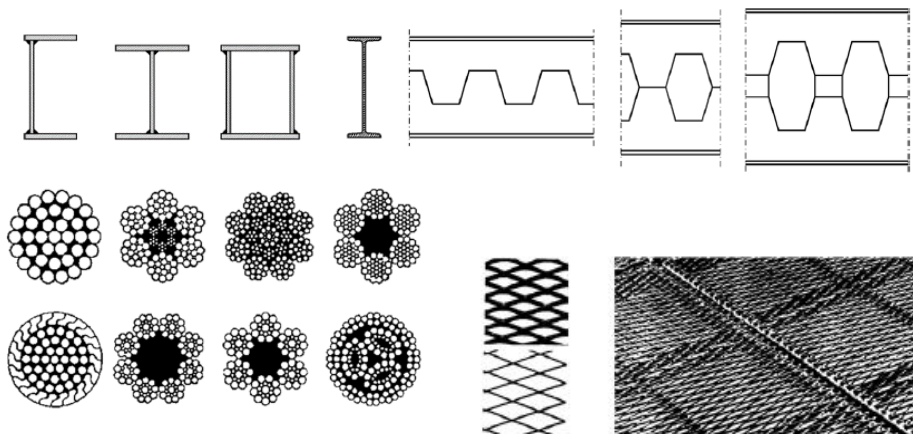
- hladnim valjanjem ravne trake
- previjanjem ravne trake pritiskom (u posebnim alatima)

Dele se na:

- hladno oblikovane profile (otvorenog ili zatvorenog preseka)
- hladno oblikovane profilisane limove

8. Automatski zavareni profili, sacasti i olaksani nosaci, uzad i kablovi

- Automatski zavareni profili;
- Sačasti i olakšani nosači;
- Užad i kablovi
- Rešetkasta gazišta ("rost")
- Istegnuti metal



9. Fizicko-hemijska svojstva celika. Ugljenik u celiku

Zrnasta, kristalna mikrostruktura;

Pravilno rasprostranjeni atomi gvožđa - Fe;

Kristalna rešetka je kubna;

Ona može da bude:

- prostorno centrisana ili α -rešetka (9 atoma),

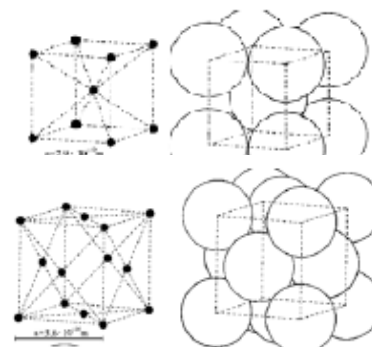
- površinski centrisana ili γ -rešetka (14 atoma).

- Sadržaj ugljenika se kreće od 0,05-1,7%.

- Konstrukcioni čelici imaju manje od 0,25% C.

- Atomi C su znatno manji od atoma Fe i uglavljuju se u kristalnu rešetku (više kod γ -rešetke);

- U čeliku se C javlja i u vidu karbida gvožđa (Fe_3C) – cementita ili u vidu mešavine Fe i cementita koja se naziva perlit.



10. Tehnoloska svojstva celika. Ekvivalent ugljenika

Najznačajnija tehnološka svojstva čelika:

- **zavarljivost,**
- plastičnost,
- kovnost,
- istegljivost,
- livnost,
- otpornost na habanje,
- obradljivost...

Zavarljivost je sposobnost materijala da se može spajati zavarivanjem (tehnološkim postupkom spajanja metala).

Zavarljivost može biti:

- operativna,
- metalurška i
- **konstruktivna.**

Ako je ekvivalent ugljenika CEV < 0,45 % - čelik je zavarljiv!

$$CEV = C + \frac{Mn}{6} + \frac{Cr + Mo + V}{5} + \frac{Ni + Cu}{15} \quad [\%]$$

11. Mehanicka svojstva

Najvažnija mehanička svojstva čelika su:

- granica razvlačenja – f_y
- čvrstoća na zatezanje – f_u
- modul elastičnosti – $E \approx 21000 \text{ kN/cm}^2$
- Poasonov koeficijent – ν
- izduženje pri lomu – δ
- kontrakcija – ψ
- udarna žilavost – CVN

12. Ispitivanje svojstva celika

Određivanje mehaničkih karakteristika:

- Ispitivanje metala na zatezanje ili pritisak
- Ispitivanje udarne žilavosti
- Ispitivanje tvrdoće metala

Ispitivanje metala na zatezanje

Određuju se najvažnije mehaničke karakteristike:

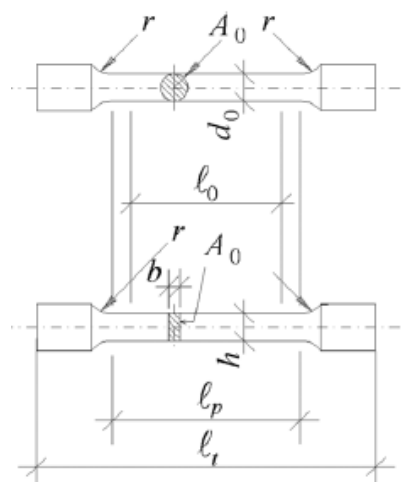
- granica elastičnosti f_e
- granica razvlačenja f_y
- čvrstoća na zatezanje f_u
- modul elastičnosti E
- izduženje pri lomu δ
- kontrakcija poprečnog preseka ψ

Najčešću primenu imaju tzv. proporcionalne epruvete kod kojih je:

$$l_0 = 5,65 * \sqrt{A_0} \quad \text{za } l_0 \geq 25 \text{ mm}$$

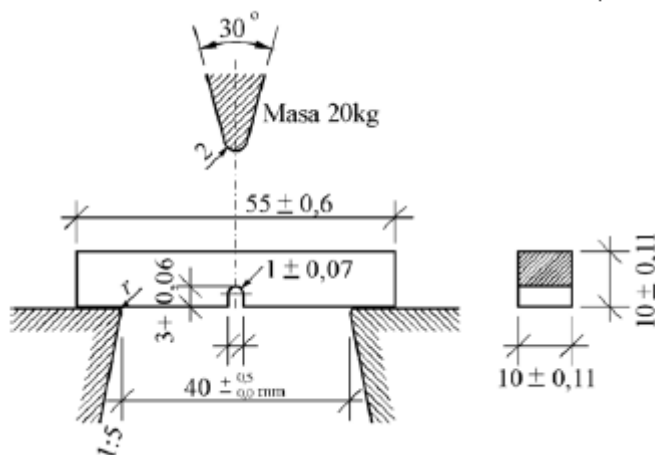
$$l_0 = 11,3 * \sqrt{A_0} \quad \text{za } l_0 < 25 \text{ mm}$$

l_0 - merna dužina epruvete



Izduženje pri lomu i kontrakcija poprečnog preseka su pokazatelji duktilnosti materijala!

Ispitivanje udarne žilavosti - Šarpijev test



$$\varphi = \frac{A}{A_0} \quad [\text{J/cm}^2]$$

A energija udara,

A_0 površina.

Energija udara pri lomu [J] predstavlja meru žilavosti metala.

Opit se sprovodi na različitim temperaturama, a rezultati definišu kvalitet čelika.

Ispitivanje tvrdoće materijala

Tvrdoća materijala je mera otpora deformaciji usled utiskivanja yupca malih dimenzija, određenog oblika I materijala, u površinu materijala koji se ispituje.

13. Vrste konstrukcionih celika. Prateći elementi

Ugljenični čelici su čelici kod kojih je ugljenik jedini legirajući element.

Prema sadržaju ugljenika ugljenični čelici se dele na:

- niskougljenične ($0,05 \leq C \leq 0,25$ %),
- sredneugljenične ($0,25 < C \leq 0,60$ %) i
- visokougljenične ($0,60 < C \leq 1,70$ %).

Pored ugljenika u čeliku se uvek nalaze i neki prateći elementi koji potiču iz procesa dobijanja čelika.

Najčešće su to: Si, Mn, S, P, N, O, H.

Nepoželjni elementi su:

- **Sumpor (S)** uzrokuje smanjenje žilavosti
- **Fosfor (P)** još više smanjuje žilavost i dovodi do krupnozrne strukture;
- **Azot (N)** povećava tvrdoću, ali i opasnost od krtog loma i starenja.
- **Kiseonik (O)** smanjuje žilavost.

Ovi elementi moraju se zadržati u propisanim granicama;

Samo **silicijum (Si)** i **mangan (Mn)** imaju pozitivne osobine (dezoksidanti).

14. Oznacavanje celika

Označavanje čelika je visoko standardizovano. U Srbiji je usvojen Evropski sistem označavanja.

Alfanumerički sistem označavanja

Prema ovom sistemu razlikuju se dve osnovne grupe čelika:

Grupa 1: čelici koji se označavaju na osnovu njihove primene i mehaničkih svojstava,

Grupa 2: čelici koji se označavaju na osnovu hemijskog sastava.

Označavanje čelika - Grupa 1

Osnovna oznaka definiše **vrstu čelika** i sadrži podatke o njegovoj uobičajenoj primeni (slovni simbol) i najvažnijim mehaničkim svojstvima;

Dotatne oznake definišu **kvalitet čelika** (žilavost), ili način termičke obrade;

Dopunska oznaka (opciona) definiše specijalne zahteve u pogledu lamelarnog cepanja, ili vrstu prevlake (kod tankih limova), ili naknadnu obradu (kaljenje, žarenje, normalizaciju...)

Osnovna oznaka

Pored slovne oznake na prvom mestu sadrži i numeričku oznaku u vidu trocifrenog ili četvorocifrenog arapskog broja, koja predstavlja vrednost referentnog mehaničkog svojstva u Mpa (N/mm²). To je uglavnom nazivna (nominalna) minimalna granica razvlačenja čelika (***f_y*** ili ***ReH***), ili ređe (npr. za čelike za prednaprezanje ili za šine) čvrstoća na zatezanje (***f_u*** ili ***R_m***).

Slovni simboli u osnovnim oznakama čelika grupe 1

Slovni	Primena	Primer
S	S Konstrukcioni čelici (S tructural steel)	S 235
P	Oprema pod pritiskom (P ressure purpose)	P 355
L	Cevovodi (L ine pipe)	L 360
E	Mehaničke konstrukcije (E ngineering)	E 295
B	Armatura - betonski čelici (B reinforcing steel)	B 500
Y	Prednaprezanje (P restressing steel)	Y 1770
R	Šine (R ail)	R 0900
H	Čelici visoke čvrstoće za hladno valjanje (H igh strength Cold)	H 400
D	Pljošti proizvodi za hladno oblikovanje	D C03
T	Ambalaža (T inmill products)	T H52
M	Čelici za elektrotehniku (E lectrical steel)	M 140

Primer

Osnovna oznaka		Dodatna oznaka		Dopunska oznaka
Konstrukcioni čelik	Nominalna granica razvlačenja [Mpa]	Grupa 1	Grupa 2	
S	355	K2	G3	+Z25

Dodatne oznake konstrukcionih čelika

Grupa 1				Grupa 2	
Prvo mesto		Drugo mesto			
Simbol	Energija udara	Simbol	Temperatura ispitivanja		
J	27J	R	20	C	za oblikovanje u hladnom stanju
K	40J	0	0	D	za prevlake
L	60J	2	-20	E	za emajliranje
		3	-30	F	za kovanje
		4	-40	H	za šuplje profile
		5	-50	L	za niske temperature
		6	-60	M	za termomehanicka valjanja
M	termomehanicko valjanje			N	za normalizaciju ili norm. valjanje
N	normalizacija ili normaliz. Valjanje			O	za ofšor konstrukcije
Q	kaljenje			Q	za kaljenje I opuštanje
G	ostale karakteristik			S	za brodske konstrukcije
				T	za cevi
				W	za čelike otporne na atmosfersku koroziju

Dopunska oznaka – specijalni zahtevi

Z15	minimalna redukcija preseka 15%
Z25	minimalna redukcija preseka 25%
Z35	minimalna redukcija preseka 35%

Označavanje čelika prema hemijskom sastavu (Grupa 2)

Čelici koji se označavaju **prema hemijskom sastavu (grupa 2)** mogu da se podele u tri podgrupe:

1. **Nelegirani (ugljenični) čelici sa sadržajem mangana < 1 %** (npr. C45E);
2. **Nelegirani čelici sa sadržajem mangana ≥ 1 %** (npr. 18MnMo4-5);
3. **Legirani čelici**, kod kojih je sadržaj legirajućeg elementa ≥ 5% (npr X4CrNi18-12).

Složene alfanumeričke oznake!

X1CrNiMoN25-22-2 = 1.4468 (Numerička oznaka).

15. Čelici za građevinske konstrukcije. Tehnički uslovi isporuke

Čelici za građevinske konstrukcije

1. **Nelegirani konstrukcioni čelici** (SRPS EN 10025-2);
2. Normalizovano valjani sitnozrni čelici (SRPS EN 10025-3);
3. Termomehanički valjani sitnozrni čelici (SRPS EN 10025-4);
4. Čelici sa poboljšanom otpornošću na atmosfersku koroziju (SRPS EN 10025-5);
5. Konstrukcioni čelici visoke čvrstoće, dobijeni kaljenjem i otpuštanjem (SRPS EN 10025-6);

U okviru tehničkih uslova isporuke se definišu:

- mehanička svojstva
- hemijski sastav šarže i proizvoda,
- način dezoksidacije,
- postupak termičke obrade (ako je predviđen),
- tehnološka svojstva,
- specijalni zahtevi,
- način porudžbine materijala,
- postupak kontrole kvaliteta (ispitivanje i mesta uzimanja uzoraka),
- obeležavanje proizvoda.

16. Izbor vrste i kvalitet celika kao osnovnog materijala

Parametri koji utiču na izbor kvaliteta osnovnog materijala:

- otpornost na krti lom i zamor materijala
- otpornost na lamelarno cepanje.

Na izbor utiče više faktora:

- tip i značaj konstrukcije,
- vrsta, intenzitet i priroda opterećenja,
- način proizvodnje i oblikovanja konstrukcije - detalji,
- minimalna radna temperatura,
- ekonomski pokazatelji.

17. Metode proračuna celicnih konstrukcija

Prema teoriji dopuštenih napona

- deterministički pristup;
- do nedavno zastupljen u domaćim propisima;

Prema teoriji graničnih stanja

- poluprobabilistički pristup;
- zastupljen u većini savremenih propisa (EN);

Evropski standardi (EN) za konstrukcije – Evrokodovi (EC)

- Harmonizovani standardi na nivou EU;
- Obuhvataju proračun konstrukcija od različitih materijala i proračun dejstava na konstrukcije

18. Evrokodovi za konstrukcije

- Evrokod 0 – (EN 1990): Osnove proračuna
- Evrokod 1 – (EN 1991): Dejstva na konstrukcije
- Evrokod 2 – (EN 1992): Projektovanje betonskih konstrukcija
- Evrokod 3 – (EN 1993): Projektovanje čeličnih konstrukcija**
- Evrokod 4 – (EN 1994): Projektovanje spregnutih konstrukcija
- Evrokod 5 – (EN 1995): Projektovanje drvenih konstrukcija
- Evrokod 6 – (EN 1996): Projektovanje zidanih konstrukcija
- Evrokod 7 – (EN 1997): Geotehničko projektovanje
- Evrokod 8 – (EN 1998): Projektovanje seizmički otpornih konstrukcija
- Evrokod 9 – (EN 1999): Projektovanje aluminijumskih konstrukcija

Evrokod 3: Projektovanje čeličnih konstrukcija

SRPS EN 1993-1: Osnove proračuna

- SRPS EN 1993-2: Čelični mostovi
- SRPS EN 1993-3: Tornjevi jarboli i dimnjaci
- SRPS EN 1993-4: Silosi, rezervoari i cevovodi
- SRPS EN 1993-5: Šipovi
- SRPS EN 1993-6: Kranski nosači

19. Proračun prema granicnim stanjima

- Stohastička priroda glavnih parametara za proračun (dejstva, svojstva materijala, geometrijski podaci);
- Slučajno promenljive veličine se uvode u proračun preko odgovarajuće krive raspodele;
- Proverava se da li je postignut zahtevani stepen sigurnosti;
- Pojednostavljenje – **Gausova kriva raspodele** usvojena za sve slučajne promenljive;
- Svi parametri od uticaja (npr. opterećenja, nosivost,...) se uvode u proračun preko **karakterističnih vrednosti**;
- Ovakav pristup se naziva **poluprobabilistički concept** proračuna;

20. Pouzdanost konstrukcija. Klase prema posledicama i pouzdanosti

Pouzdanost konstrukcije se ogleda kroz:

- **sigurnost** – konstrukcija sa odgovarajućim stepenom sigurnosti mora da bude sposobna da prihvati sva opterećenja koja će se javiti tokom njenog veka (kontrola nosivosti, stabilnosti,...) - **ULS**;
- **funktionalost** – konstrukcija mora da omogući normalno funkcionisanje objekta shodno njegovoj nameni (kontrola deformacija i vibracija) - **SLS**;
- **trajnost** - faktori od uticaja su izbor i kvalitet materijala, kvalitet izvođačkih radova, konstrukcijsko oblikovanje, nivo održavanja objekta (korozija, zamor materijala,)

Različiti nivoi pouzdanosti

Izbor nivoa pouzdanosti zavisi od:

- uzroka i načina dostizanja graničnog stanja;
- posledica loma u pogledu rizika života i povreda ljudi, kao i potencijalnih ekonomskih gubitaka;
- troškova i postupaka neophodnih za smanjenje rizika od loma.

Prema EN postoje tri različite klase prema posledicama (**CC**), odnosno tri klase pouzdanosti (**RC**) konstrukcija.

Klasa	Opis	Primeri zgrada i drugih građevinskih objekata
CC3	Velike posledice za gubitak ljudskih života, ili vrlo velike ekonomske i socijalne posledice, ili posledice po sredinu	tribine, javne zgrade, kod kojih su posledice loma velike (na primer, koncertne dvorane)
CC2	Srednje posledice za gubitak ljudskih života, značajne ekonomske i socijalne posledice, ili posledice po sredinu	stambene i administrativne zgrade, javne zgrade, kod kojih su posledice loma srednje
CC1	Male posledice za gubitak ljudskih života, kao i male ili zanemarljive ekonomske i socijalne posledice, ili posledice po sredinu	poljoprivredne zgrade, u koje ljudi normalno ne ulaze (na primer, zgrade za skladištenje), staklene bašte

Klasa pouzdanosti	Referentni period od 1 godine	Referentni period od 50 godina
RC3 (CC3)	5,2	4,3
RC2 (CC2)	4,7	3,8
RC1 (CC1)	4,2	3,3

minimalne vrednosti indeksa pouzdanosti β .

21. Karakteristicine vrednosti. Funkcija ponasanja i indeks pouzdanosti

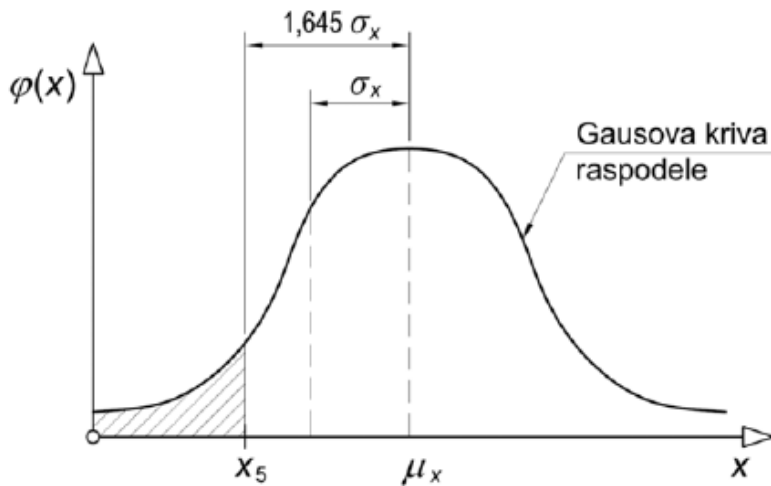
Karakteristične vrednosti

- Određuju se na osnovu Gausove krive raspodele;
- Za karakteristične vrednosti dejstava na konstrukciju usvajaju se 95% fraktili;
- Za karakteristične vrednosti nosivosti usvajaju se 5% fraktili;

$$R_k = \mu_R - 1.645\sigma_R = \mu_R(1 - 1.645V_R)$$

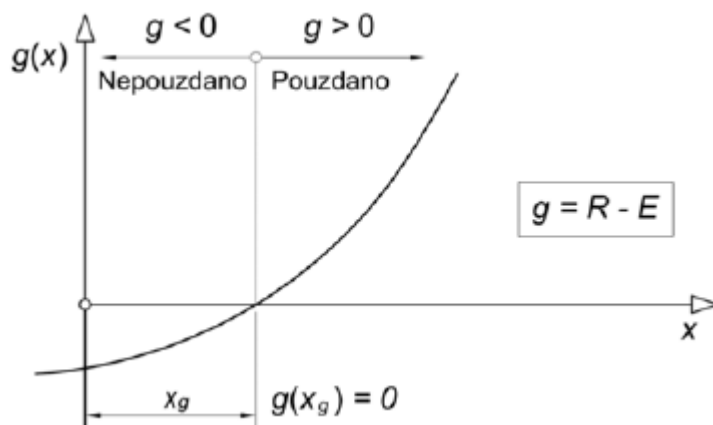
$$E_k = \mu_E + 1.645\sigma_E = \mu_E(1 + 1.645V_E)$$

Pri određivanju karakteristicnih vrednosti ya efekte dejstava uobičajena je primena 95% fraktila, što zapravo znači da samo 5% vrednosti ove slučajno promenljive veličine mogu da premaše karakterističnu vrednost. Nasuprot tome, za određivanje karakteristične vrednosti nosivosti primenjuje se 5% fraktil, odnosno dovoļjava se samo 5% "podbačaja"



- μ-srednja vrednost
- σ-standardna devijacija;
- V-varijansa $V = \frac{\sigma}{\mu}$
- R-indeks za nosivost
- E-indeks za uticaje dejstava

Funkcija ponašanja g i indeks pouzdanosti β



Funkcija ponašanja g

$$\mu_G = \mu_R - \mu_E$$

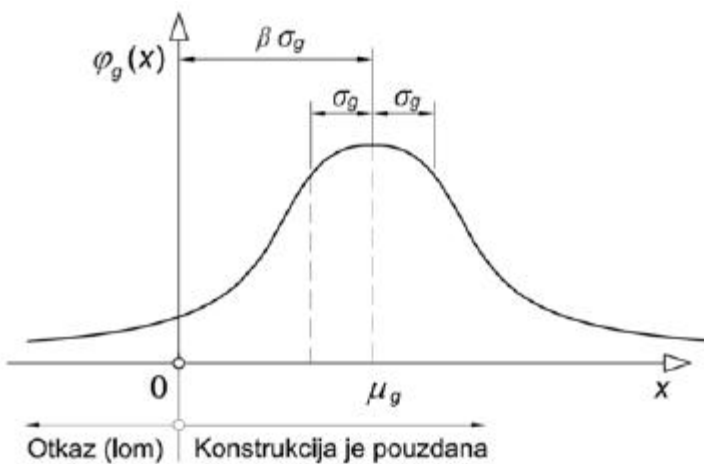
$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_E^2}$$

Stanje sigurnosti konstrukcije

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_E^2}}$$

Verovatnoca loma:

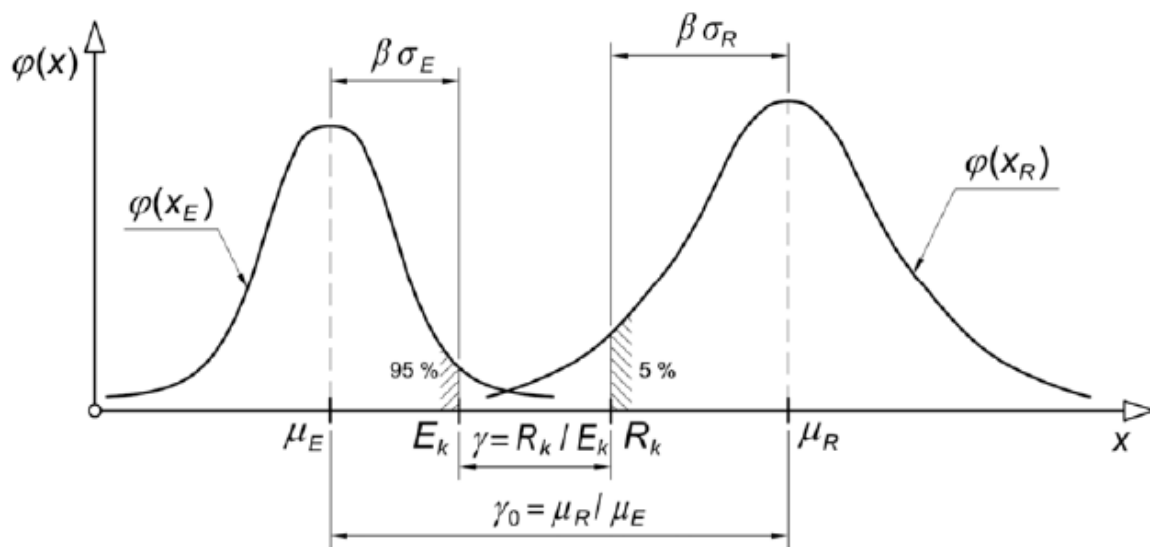
$$P_f = \int_{-\infty}^{x_G} \varphi_G(x) dx$$



β –predstavlja broj kojim se množi standardna devijacija σ_G da bi se dobila udaljenost srednje vrednosti od vrednosti μ_G , pri kojoj dolazi do loma.

22. Globalni i normirani koeficijanti sigurnosti. Parcijalni koeficijenti sigurnosti

Globalni i normirani koeficijanti sigurnosti:



$$\gamma_0 = \frac{\mu_R}{\mu_E} \quad \text{Globalni}$$

$$\gamma = \frac{R_k}{E_k} = \frac{\mu_R}{\mu_E} \frac{1-1.645V_R}{1+1.645V_E} = \gamma_0 \frac{1-1.645V_R}{1+1.645V_E} \quad \text{Normirani}$$

Parcijalni koeficijenti sigurnosti:

$$\gamma_0 = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1-\alpha_R\beta V_R}$$

$$\gamma = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1-\alpha_R\beta V_R} * \frac{1-1.645V_R}{1+1.645V_E} = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1-1.645V_E} * \frac{1-1.645V_R}{1-\alpha_R\beta V_R}$$

$$\gamma_F = \frac{1-\alpha_E\beta V_E}{1+1.645V_E}$$

$$\gamma_M = \frac{1-1.645V_R}{1-\alpha_R\beta V_R}$$

$\alpha_E = -0.7$ $\alpha_R = 0.8$ -su koeficijenti osetljivosti ili senzibiliteta

γ_F -parcijalni koeficijent sigurnosti za uticaje usled dejstva

γ_M -parcijalni koeficijent sigurnosti za nosivost

23. Verifikacija sigurnosti i nepouzdanosti obuhvacene parcijalnim koeficijentima

$$\gamma = \gamma_F * \gamma_M = \frac{R_K}{E_K} \quad \gamma_F E_K = R_K / \gamma_M$$

$$\gamma_F = \gamma_f * \gamma_{Sd} \quad \gamma_M = \gamma_m * \gamma_{Rd}$$

γ_f - Neizvesnost reprezentativnih vrednosti dejstava

γ_{Sd} - Nepouzdanost modela dejstava i uticaja od dejstava

γ_m - Neizvesnost karakterističnih svojstava materijala

γ_{Rd} - Nepouzdanost modela nosivosti

24. Metoda proračunskih vrednosti, metoda parcijalnih koeficijenata

- **Granična stanja** su stanja čijim dostizanjem, ili prekoračenjem, konstrukcija gubi svoja osnovna svojstva i nije više u stanju da odgovori proračunskim zahtevima;
- Granična stanja se dele na **granična stanja nosivosti (ULS)** i **granična stanja upotrebljivosti (SLS)**;
- Treba dokazati da ni u jednoj proračunskoj situaciji, koja se može javiti tokom eksploatacionog veka konstrukcije, neće doći do prekoračenja ni jednog graničnog stanja.
- Uvode se **proračunske vrednosti** uticaja (dejstava) i nosivosti;
- Proračunske vrednosti za ULS se dobijaju pomoću **parcijalnih koeficijenata sigurnosti** koji zavise od nivoa pouzdanosti;
- Proračunske vrednosti uticaja ne smeju da prekorače proračunske vrednosti odgovarajuće nosivosti, ni u jednoj proračunskoj situaciji!

25. Proračunske situacije. Granicna stanja nosivosti i upotrebljivosti

- **Stalne proračunske situacije**, obuhvataju uobičajene, normalne uslove korišćenja objekta i odgovarajuća dejstva koja se tokom njih javljaju. Ova dejstva su, prisutna tokom većeg dela životnog veka konstrukcije;
- **Prolazne proračunske situacije**, se odnose na privremene, kratkotrajne situacije koje nastaju na primer prilikom izvođenja ili popravke;
- **Incidentne proračunske situacije**, obuhvataju izuzetne slučajeve koji se mogu, ali i ne moraju, javiti tokom eksploatacionog veka konstrukcije (požar, eksplozija, udar vozila..);
- **Seizmičke proračunske situacije**, se odnose na seizmička dejstava, odnosno na uticaje koji se javljaju u konstrukciji za vreme i neposredno nakon zemljotresa.

Granična stanja nosivosti - ULS

- Gubitak **statičke ravnoteže** konstrukcije kao krutog tela (**EQU**);
- Otkaz usled **prekomerne deformacije**, prelaska konstrukcije ili njenog dela u **mehanizam**, loma **poprečnog preska**, gubitka **stabilnosti** konstrukcije ili njenog dela, uključujući oslonce i temelje (**STR**);
- **Zamor** materijala (**FAT**).
- Lom tla (**GEO**).

Granična stanja upotrebljivosti - SLS

Odnose se na **funkcionalnost** objekta;

Uglavnom obuhvataju kontrole:

- deformacija konstrukcije ili njenih delova (elemenata);
- vibracija;
- napona (odnosno izbegavanje pojave plastifikacije);

Vrednosti dopuštenih deformacija zavise od namene konstrukcije, odnosno posmatranog elementa;

Pod deformacijama se prvenstveno misli na ugibe i obrtanja (kod nosača) i horizontalna pomeranja (kod stubova).

Nema parcijalnih koeficijenata sigurnosti pri kontrolama SLS!

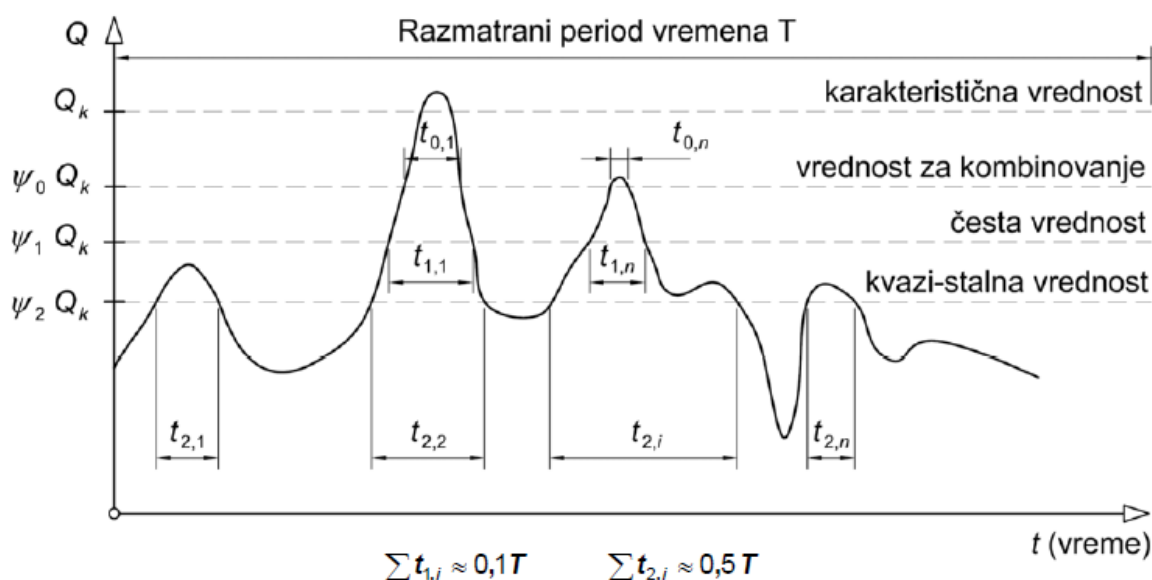
26. Karakteristicne i reprezentativne vrijednosti dejstva

- Dejstva se dele na: **stalna (G)**, **promenljiva (Q)**, **incidentna (A)** i **seizmička (AE)**;
- Stalna dejstva imaju jednu karakterističnu vrednost (**Gk**);
- Kada postoje značajne varijacije (>5%), ili kada je konstrukcija veoma osetljiva na promenu stalnog dejstva, neophodno je da se razmatraju dve karakteristične vrednosti: gornja **Gk,sup** i donja **Gk,inf**.
- Za promenljiva dejstva (korisna opt., sneg, vetar, temperatura,..) nije dovoljna jedna karakteristična vrednost (**Qk**)!
- Uvode se **reprezentativne vrednosti** promenljivih dejstava (**Qrep= ψi Qk**)!

Reprezentativne vrednosti promenljivih dejstava

- **vrednost za kombinacije** - $\psi_0 Q_k$; Vrednosti koeficijenta ψ_0 se određuju iz uslova da verovatnoća istovremene pojave dejstava bude približno ista kao i verovatnoća pojave pojedinačnog dejstva;
- **česta vrednost** - $\psi_1 Q_k$; vrednosti ψ_1 mogu da se odrede, ili na osnovu vremena tokom koga su prekoračene (10% ukupnog referentnog perioda T), ili na osnovu broja prekoračenja u toku godine (300 puta);
- **kvazi-stalna vrednost** - $\psi_2 Q_k$; Kvazi-stalna vrednost dejstva se određuju iz uslova da je vreme tokom koga je prekoračena jednako polovini referentnog perioda, odnosno da je verovatnoća prekoračenja 0,5.

Reprezentativne vrednosti dejstava



27. Proračunski vrednosti uticaja. Kombinacije za ULS i SLS

Proračunske vrednosti uticaja(dejstava) za kontrole ULS

- Određuju se posebno za sve relevantne proračunske situacije (stalne i prolazne, seizmičke i incidentne);
- Dobijaju se množenjem karakterističnih ili reprezentativnih vrednosti odgovarajućim parcijalnim koeficijentima sigurnosti γF_i ;
- Primenjuju se propisane kombinacije dejstava (uticaja) za odgovarajuće proračunske situacije i vrstu graničnog stanja (EQU, STR, FAT);
- Za proračun po teoriji I reda važi linearna kombinacija uticaja, dok u slučaju proračuna po teoriji II reda dejstva treba množiti odgovarajućim parcijalnim koeficijentima, a ne uticaje!

Kombinacije za proračunske vrednosti uticaja:

Za stalne i prolazne proračunske situacije:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Za incidentne proračunske situacije:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ili } \psi_{2,1}) Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Za seizmičke proračunske situacije: (često pitanje na usmenom)

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

γ_G parcijalni koeficijent za stalna dejstva,

γ_P parcijalni koeficijent za prednaprezanje,

γ_Q parcijalni koeficijent za promenljiva dejstva,

$Q_{k,1}$ dominantno promenljivo dejstvo.

Kombinacije dejstava i parcijalni koeficijenti za slučaj STR

Stalne i prolazne proračunske situacije	Stalna dejstva		Promenljiva dejstva	
	nepovoljna	povoljna	dominantno	ostala
	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{Q,1} G_{k,1}$	$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} G_{k,i}$
	$1,35 \sum_{j \geq 1} G_{k,j,sup} + 1,00 \sum_{i \geq 1} G_{k,j,inf} + 1,50 Q_{k,1} + 1,50 \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$			
	ili alternativno			
	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{Q,1} \psi_{0,1} G_{k,1}$	$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} G_{k,i}$
	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{Q,1} G_{k,1}$	$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} G_{k,i}$
	$1,35 \sum_{j \geq 1} G_{k,j,sup} + 1,00 \sum_{i \geq 1} G_{k,j,inf} + 1,50 \psi_{0,1} Q_{k,1} + 1,50 \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$			
	$0,85 * 1,35 \sum_{j \geq 1} G_{k,j,sup} + 1,00 \sum_{i \geq 1} G_{k,j,inf} + 1,50 Q_{k,1} + 1,50 \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$			
	Kao proračunska vrednost se usvaja nepovoljnija vrednost dobijena iz prethodna dva izraza.			
	Evrokod preporučuje sledeće vrednosti parcijalnih koeficijenata:			
	$\gamma_{Gj,sup}=1.35$	$\gamma_{Q,1}=\gamma_{Q,i}=1.50$ (za nepovoljne uticaje)	$\xi=0.85$	
	$\gamma_{Gj,inf}=1.00$	$\gamma_{Q,1}=\gamma_{Q,i}=0.00$ (za povoljne uticaje)		

Kombinacije dejstava za SLS:

Karakteristična kombinacija:

$$\sum_j G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Česta kombinacija:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Kvazistalna kombinacija:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Kod SLS nema parcijalnih koeficijenata sigurnosti!

Verifikacije (kontrole) graničnih stanja

Granična stanja nosivosti – ULS:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} = E_d \leq R_d = R_k / \gamma_M$$

Granična stanja upotrebljivosti – SLS:

$$E_{d,ser} \leq C_d$$

28. Izvodjenje celicnih konstrukcija. Klase izvodjenja (EXC)

SRPS EN 1090-2/2008: Izvođenje čeličnih i aluminijumskih konstrukcija,

Deo 2: **Tehnički zahtevi za izvođenje čeličnih konstrukcija**

Zahtevani kvalitet radova, kao i nivo kontrole kvalitata izvođačkih radova zavise od klase izvođenja konstrukcije (*execution classe* - EXC). Postoje 4 klase izvođenja:

EXC1, **EXC2**, EXC3 i EXC4; Izbor klase izvođenja zavisi od više parametara:

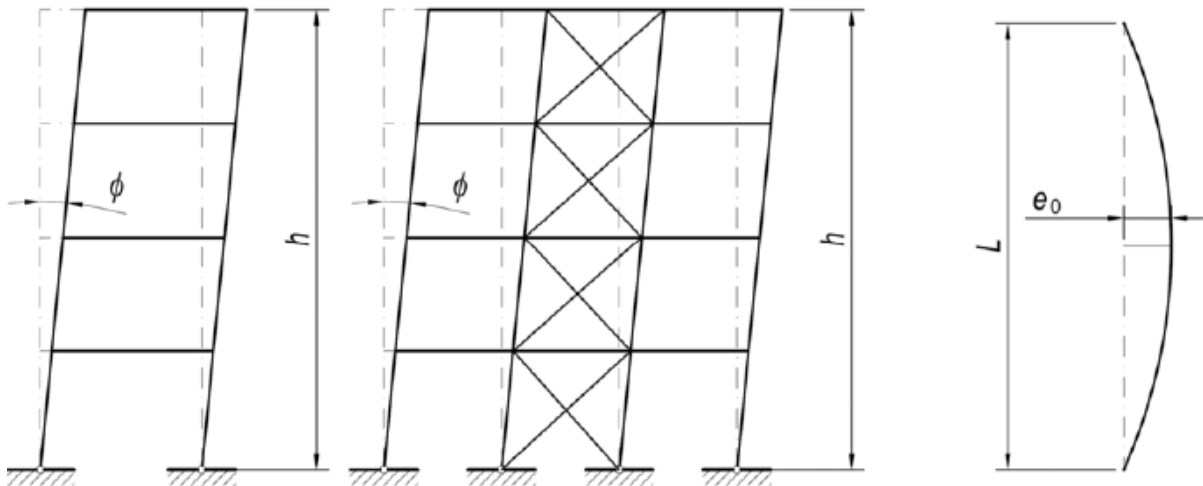
- **zahtevanog nivoa pouzdanosti**, koji se izražava preko klase posledica (**CC_i** i=1,2,3), odnosno kategorije pouzdanosti (**RC_i**, i=1,2,3);
- **namene objekta i prirode opterećenja** koji se definišu pomoću kategorije upotrebe (*service category* - **SC_i**, i=1,2) objekta
- **načina proizvodnje konstrukcije** u zavisnosti od kategorije proizvodnje (*production category* - **PC_i**, i=1,2).

29. Imperfekcije (globalne i lokalne). Ekvivalentne horizontalne sile.

- **Geometrijske imperfekcije** (odstupanje realnih elemenata od pravca, u okviru propisanih tolerancija proizvodnje);
- **Strukturne imperfekcije** (zaostali naponi usled tehnologije proizvodnje – valjanja ili zavarivanja);
- **Ekvivalentne geometrijske imperfekcije** (obuhvataju i geometrijske i strukturne imperfekcije), Evrokod 3 razlikuje dve vrste imperfekcija:
 - Lokalne imperfekcije zakrivljenja (za pojedinačne elemente);
 - Globalne imperfekcije zakošenja (za konstrukciju kao celinu);

Globalne imperfekcije (zakošenje)

Lokalne imperfekcije (zakrivljenje)



$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$$

$$\Phi_0 = 1/200$$

α_h koeficijent redukcije za visinu stubova ($2/3 < \alpha_h < 1$)

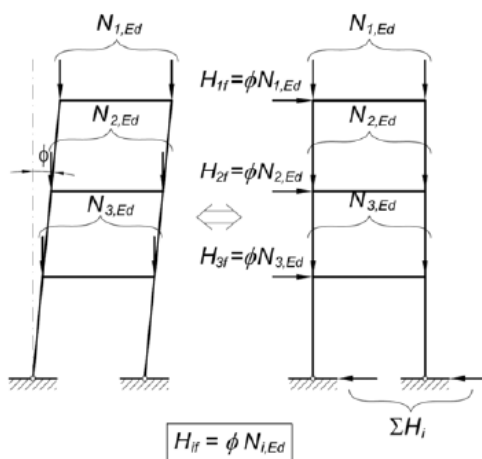
α_m koeficijent redukcije za broj stubova

m broj stubova koji ne nose manje od 50% prosečne aksijalne sile pritiska

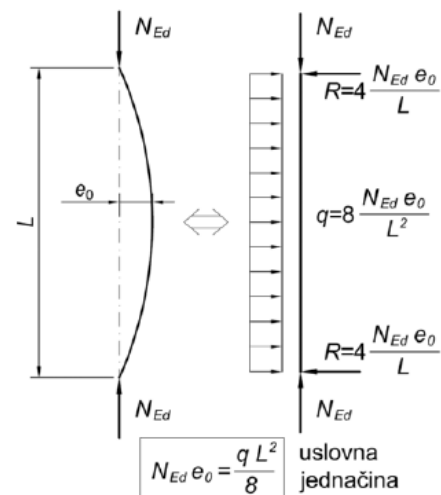
Ekvivalentne sile

Globalne imperfekcije (zakošenje)

Lokalne imperfekcije (zakrivljenje)



$$H_{if} = \phi N_{i,Ed}$$



$$N_{Ed} e_0 = \frac{q L^2}{8} \quad \text{uslovna jednačina}$$

30. Klase poprečnih preseka

Klasifikacija poprečnih preseka je osnov za proračun graničnih stanja nosivosti,

Na taj način se obuhvata fenomen izbočavanja delova poprečnog preseka usled normalnog napona pritiska;

Od klase poprečnog preseka zavise:

- Izbor globalne i lokalne analize;
- Nosivost poprečnih preseka;
- Nosivost elementa kao celine.

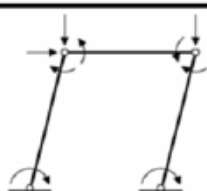
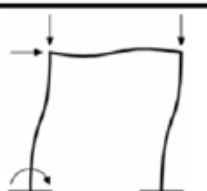
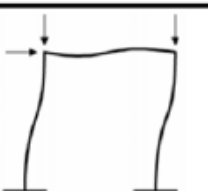
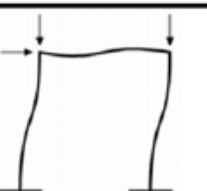
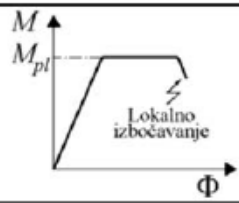
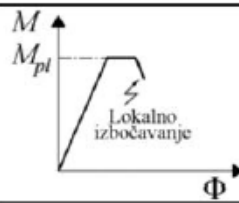
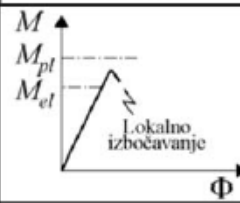
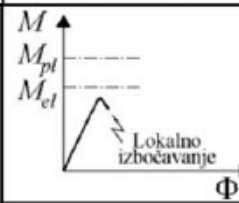
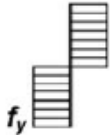
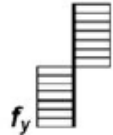
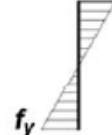
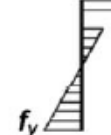
Evrokod 3 razlikuje 4 klase poprečnih preseka!

Klasa 1 - poprečni preseki koji mogu da dostignu moment plastične nosivosti (M_{pl}), i obrazuju plastičan zglob sa zahtevanim kapacitetom rotacije za globalnu plastičnu analizu;

Klasa 2 - poprečni preseki koji mogu da dostignu moment plastične nosivosti (M_{pl}), ali imaju ograničen kapacitet rotacije;

Klasa 3 - poprečni preseki kod kojih napon u najudaljenijem pritisnutom vlaknu (pri elastičnoj raspodeli napona) može da dostigne granicu razvlačenja, ali izbočavanje sprečava razvoj punog momenta plastične nosivosti;

Klasa 4 - poprečni preseki kod kojih se izbočavanje javlja pre dostizanja granice razvlačenja u jednom ili više delova poprečnog preseka.

	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3	Klasa 4
Metoda globalne analize				
	Plastična	Elastična	Elastična	Elastična
Kriva $M-\Phi$				
Nosivost poprečnog preseka				
	Plastična (M_{pl})	Plastična (M_{pl})	Elastična (M_{el})	Elastična - efektivan presek
Kapacitet rotacije	Značajan	Ograničen	Ne postoji	Ne postoji

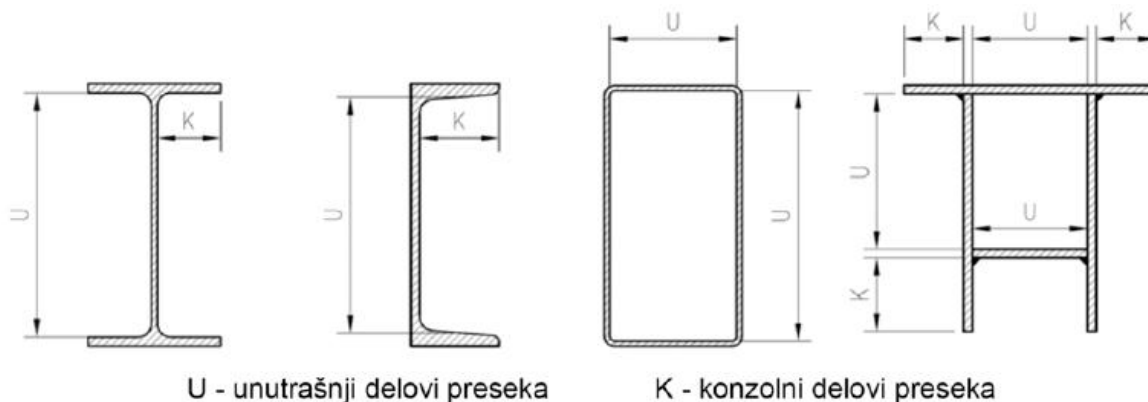
31. Odredjivanje klase poprečnog preseka

Klasa poprečnog preseka zavisi od:

- vitkosti (odnosa visina/debljina – c/t) pojedinačnih delova preseka;
- načina oslanjanja dela preseka;
- načina naprezanja (dijagrama normalnih napona);
- granice razvlačenja osnovnog materijala.

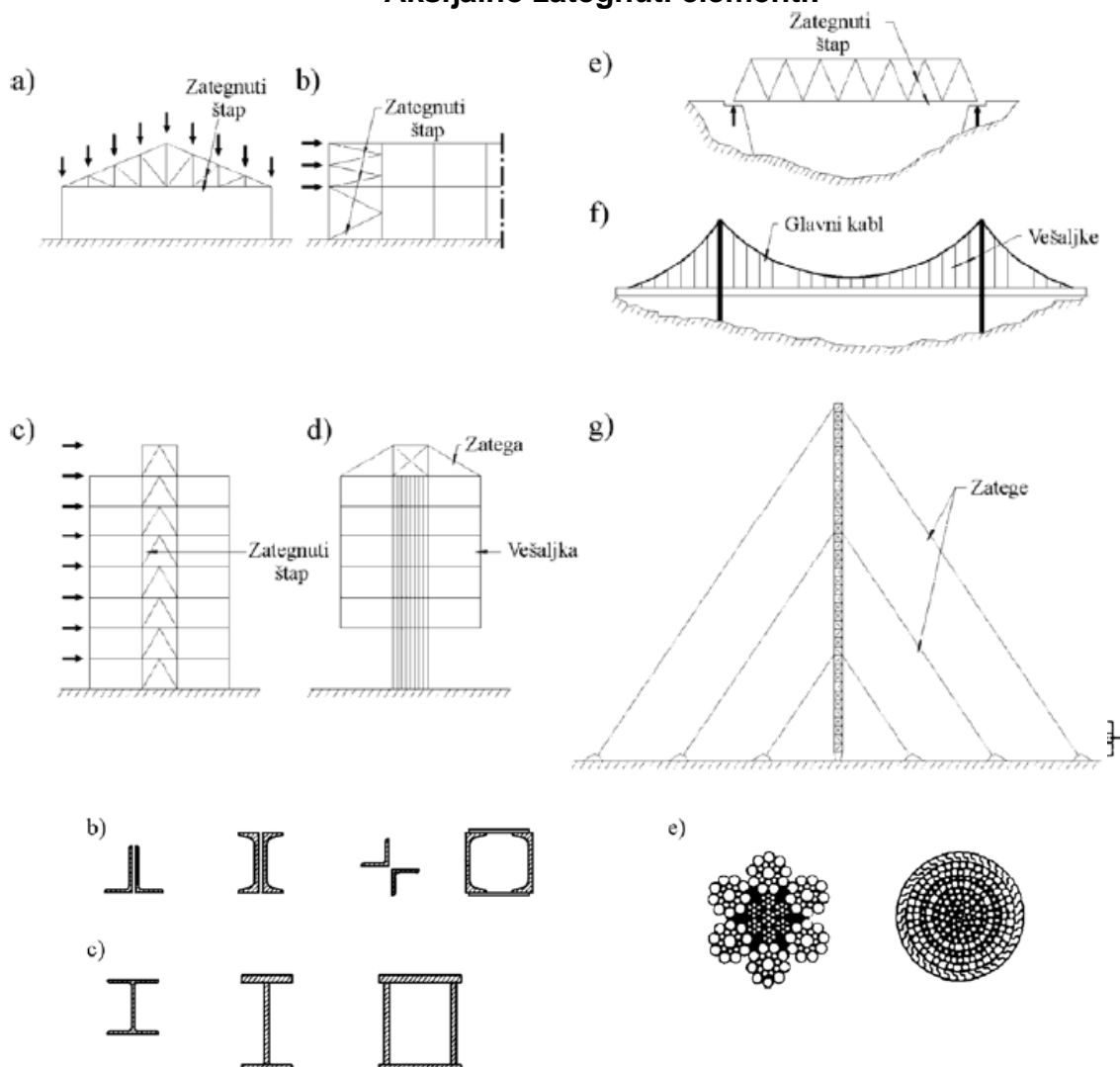
Klasa se određuje pojedinačno za svaki deo poprečnog preseka (nožice i rebra); Za klasu preseka se usvaja klasa njegovog najnepovoljnijeg dela (najviša klasa).

Unutrašnji i konzolni delovi preseka:



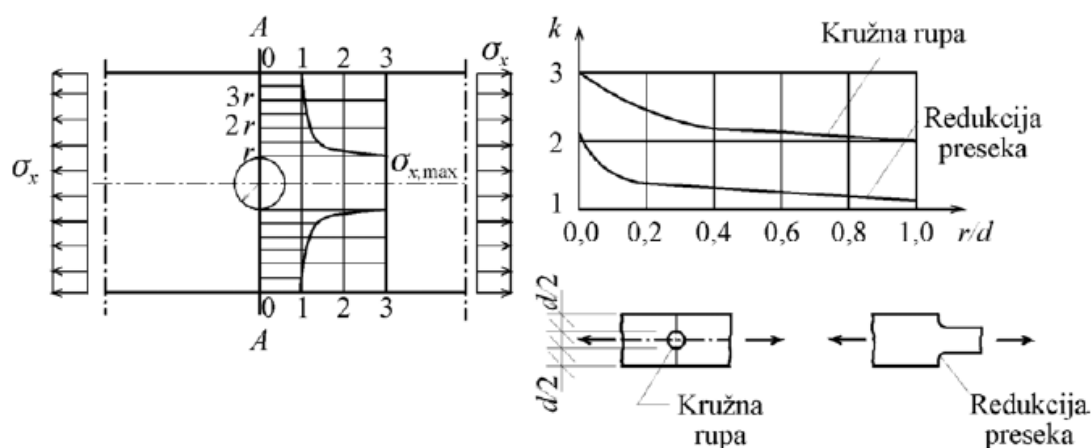
32. Aksijalno zategnuti elementi-primena i oblici poprečnih preseka

Aksijalno zategnuti elementi:



33. Slabljenje rupama za spojna sredstva. Neto presek

Slabljenje rupama za spojna sredstva:



Na mestima slabljenja ili diskontinuiteta dolazi do koncentracije normalnih napona!

Neto površina poprečnog preseka

Dobija se kada se od ukupne, bruto površine oduzme površina svih otvora (rupa za spojna sredstva) u istom preseku;

$$A_{net} = A - \Delta A$$

A bruto površina,

ΔA slabljenje preseka - ukupna površina otvora (rupa).

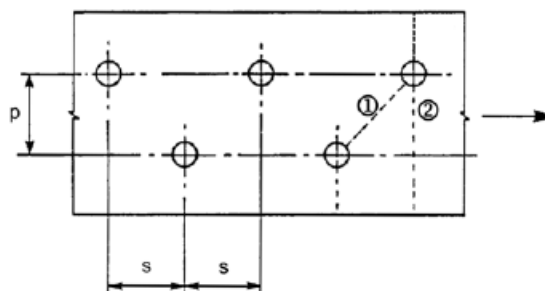
Presek 2-2

$$\Delta A = td_0$$

$$A_{net,2} = A - td_0$$

Presek 1-1

$$\Delta A = t(nd_0 - \sum \frac{s^2}{4p})$$



34. Nosivost poprečnog preseka na zatezanje

$$N_{Ed} \leq N_{t,Rd} \quad \text{ili} \quad \frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1.0$$

$$N_{t,Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} N_{pl,Rd} = Af_y/\gamma_{m0} \\ N_{u,Rd} = 0.9A_{net} \frac{f_u}{\gamma_{m2}} \end{array} \right. \rightarrow \text{ako ima slabljenja}$$

N_{Ed} proračunska vrednost sile zatezanja,

$N_{t,Rd}$ nosivost poprečnog preseka na zatezanje,

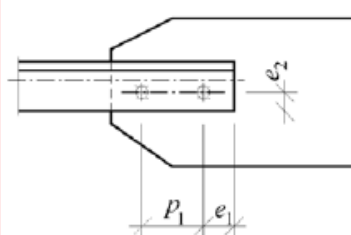
$N_{pl,Rd}$ plastična nosivost bruto poprečnog preseka,

$N_{u,Rd}$ granična nosivost neto poprečnog preseka,

γ_{M0} , γ_{M2} parcijalni koeficijenti sigurnosti ($\gamma_{M0} = 1,0$; $\gamma_{M2} = 1,25$).

35. Granicna nosivost ugaonika vezanog zavrtnjevima na zatezanje

$$N_{u,Rd} = \begin{cases} \frac{2 \cdot (e_2 - 0,5 \cdot d_0) \cdot t \cdot f_u}{\gamma_{M2}} & \text{za 1 zavrtnj} \\ \frac{\beta_2 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} & \text{za 2 zavrtnja} \\ \frac{\beta_3 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} & \text{za 3 i više zavrtnjeva} \end{cases}$$

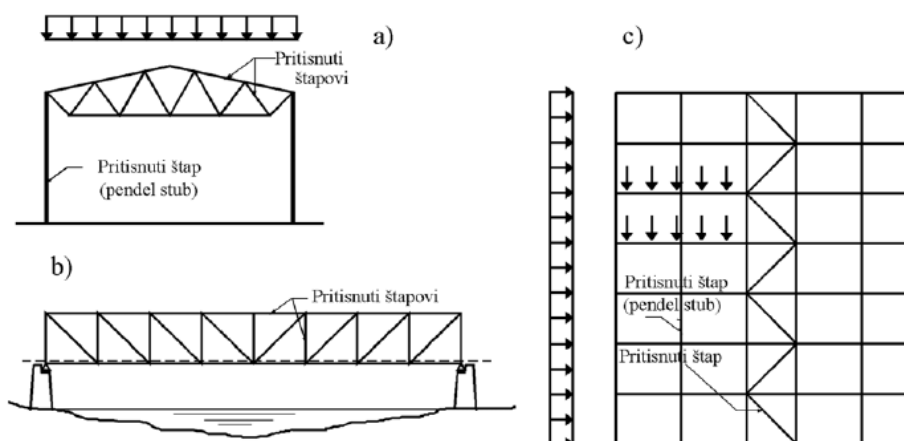


p_1^*	$\leq 2,5 d_0$	$\geq 5,0 d_0$
β_2	0,40	0,70
β_3	0,50	0,70

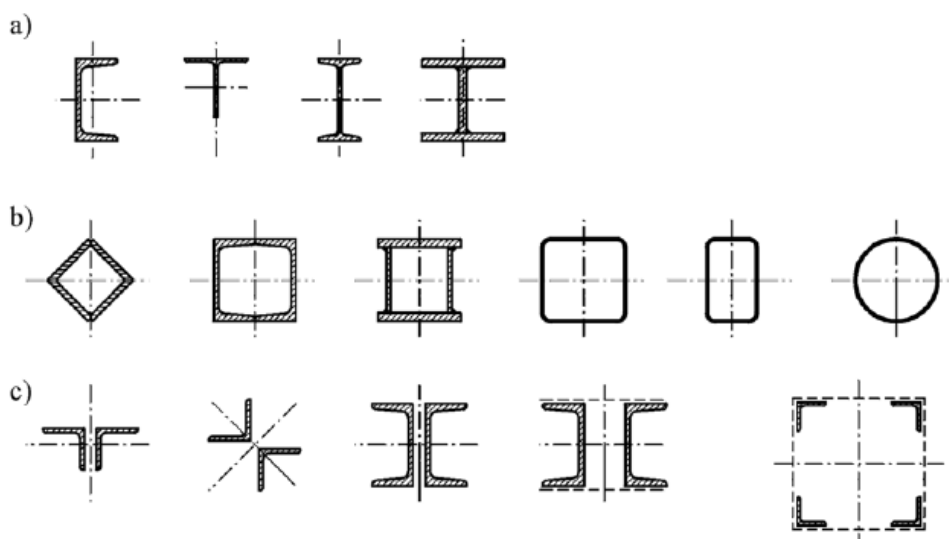
U ostalim slučajevima ($2,5 d_0 \leq p_1 \leq 5,0 d_0$) vrednosti koeficijenata β_2 i β_3 odrediti linearnom interpolacijom.
 *) p_1 je rastojanje između zavrtnjeva u pravcu delovanja sile.

36. Aksijalno pritisnuti elementi-primena i oblici poprečnih preseka

Primena



Oblici poprečnih preseka



37. Nosivost poprečnog preseka na pritisak

$$N_{ed} \leq N_{c,Rd} \quad \text{ili} \quad \frac{N_{ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1.0$$

$$N_{c,Rd} = \begin{cases} Af_y/\gamma_{m0} & \text{za preseke klase 1, 2 i 3} \\ A_{eff}f_y/\gamma_{m0} & \text{za preseke klase 4} \end{cases}$$

N_{Ed} - proračunska vrednost sile pritiska,

$N_{c,Rd}$ - proračunska nosivost preseka na pritisak,

A - površina poprečnog preseka,

A_{eff} - efektivna površina poprečnog preseka,

f_y - granica razvlačenja,

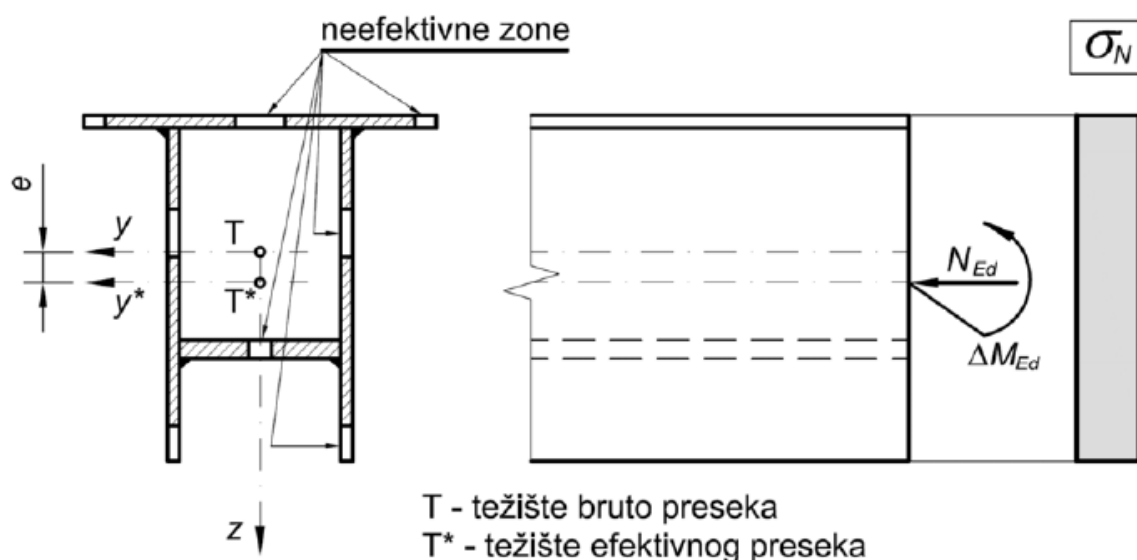
γ_{M0} - parcijalni koeficijenti sigurnosti ($\gamma_{M0} = 1,0$)

38. Efektivan poprečni presek

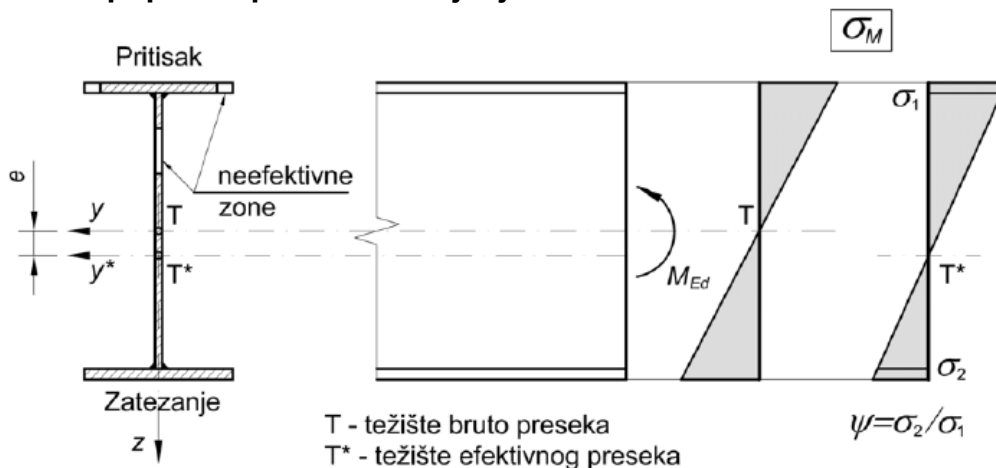
- Na ovaj način se obuhvata uticaj izbočavanja delova poprečnog preseka (nožica i/ili rebara) usled normalnih napona pritiska;
- Efektivna širina se određuje za svaki pritisnuti deo poprečnog preseka koji je klase 4;
- Kod nesimetričnih poprečnih preseka može da dođe do pomeranja težišta efektivnog u odnosu na bruto poprečni presek – javljaju se dodatni momenti savijanja ($\Delta M = N e$).

Pomeranje težišta efektivnog preseka:

Efektivan presek - čist pritisak



Efektivan poprečni presek – savijanje:



39. Odredjivanje efektivnih sirina delova poprečnog preseka (b_{eff})

- Potrebno je odrediti veličine neefektivnih zona i njihov položaj za svaki pritisnuti deo preseka klase 4;
- U Evrokodu 3 se koriste modifikovane Vinterove krive za određivanje koeficijenta redukcije ρ ;

$$b_{eff} = \rho \bar{b}$$

\bar{b} referentna širina dela poprečnog preseka:
 = cw za rebra i unutrašnje delove nožica
 = cf za konzolne delove nožica

Određivanje koeficijenta redukcije ρ :

- za unutrašnje pritisnute delove poprečnog preseka:

$$\rho = 1,0 \quad \text{za } \bar{\lambda}_p \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi}$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{za } \bar{\lambda}_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi}$$

- za konzolne pritisnute delove poprečnog preseka:

$$\rho = 1,0 \quad \text{za } \bar{\lambda}_p \leq 0,748$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{za } \bar{\lambda}_p > 0,748$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad \text{relativna (bezdimenzionalna) vitkost ploče na izbočavanje}$$

\bar{b} odgovarajuća širina razmatranog dela preseka;

t debljina lima (ploče);

ψ odnos normalnih napona ($\psi = \sigma_2 / \sigma_1$ gde je σ_1 maksimalan normalni napon pritiska na razmatranom delu preseka, a σ_2 normalni napon na suprotnoj ivici istog dela preseka);

k_σ koeficijent izbočavanja koji zavisi od graničnih uslova (uslova oslanjanja po konturi razmatranog dela preseka) i odnosa napona ψ .

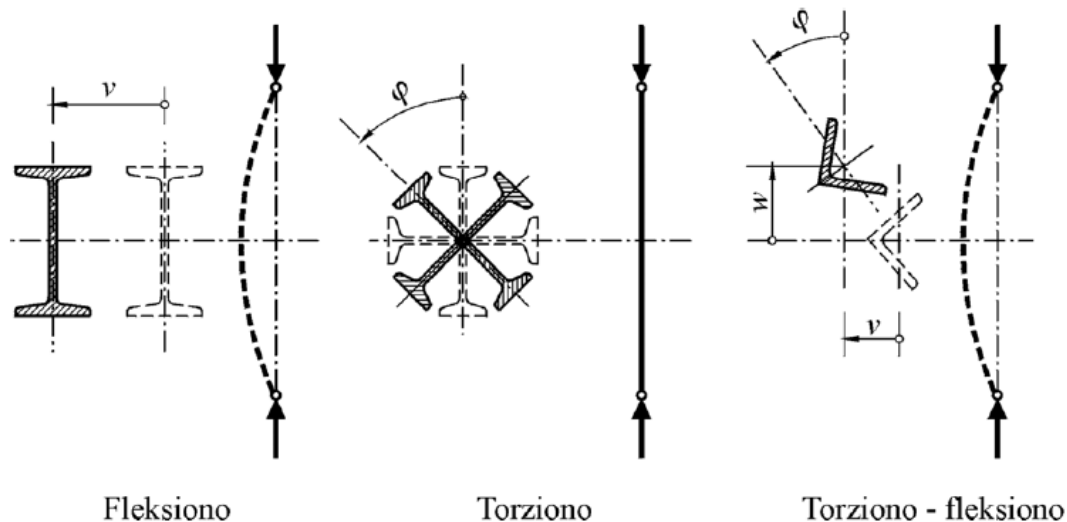
σ_{cr} elastičan kritičan napon izbočavanja ($\sigma_{cr} = k_\sigma \sigma_E = k_\sigma 190000(t/\bar{b})^2$ u $[N/mm^2]$);

$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ gde je f_y granica razvlačenja u $[N/mm^2]$.

40. Izvijanje pritisnutih elemenata. Opšte. Vidovi izvijanja

- Kod pritisnutih elemenata, usled uticaja II reda, nosivost elementa kao celine, po pravilu je manja od nosivosti poprečnog preseka na pritisak;
- Nosivost elementa na izvijanje zavisi od više parametara (oblika poprečnog preseka, vitkosti elementa, graničnih uslova, načina naprezanja);
- Razlikuju se tri vida izvijanja: **fleksiono**, **torziona** i **torziona-fleksiono**;

Različiti vidovi izvijanja:



41. Linearno elastična teorija fleksionog izvijanja. Kritična sila

Problem stabilnosti pritisnutih elemenata – izvijanje prvi je razmatrao Ojler (*Euler*) 1744. godine;

Osnovne pretpostavke:

- materijal je homogen, izotropan i linearno elastičan
- element je idealno prav (nema geometrijskih imperfekcija),
- element je cenrično pritisnut konstantnom aksijalnom silom pritiska,
- element je zglobno oslonjen na oba kraja,
- poprečni presek elementa je konstantan i jednodelan,
- sprečene su torziona deformacije.

$$N_{cr} = N_E = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \text{ - Kritična (Ojlerova) sila izvijanja}$$

42. Dužine izvijanja

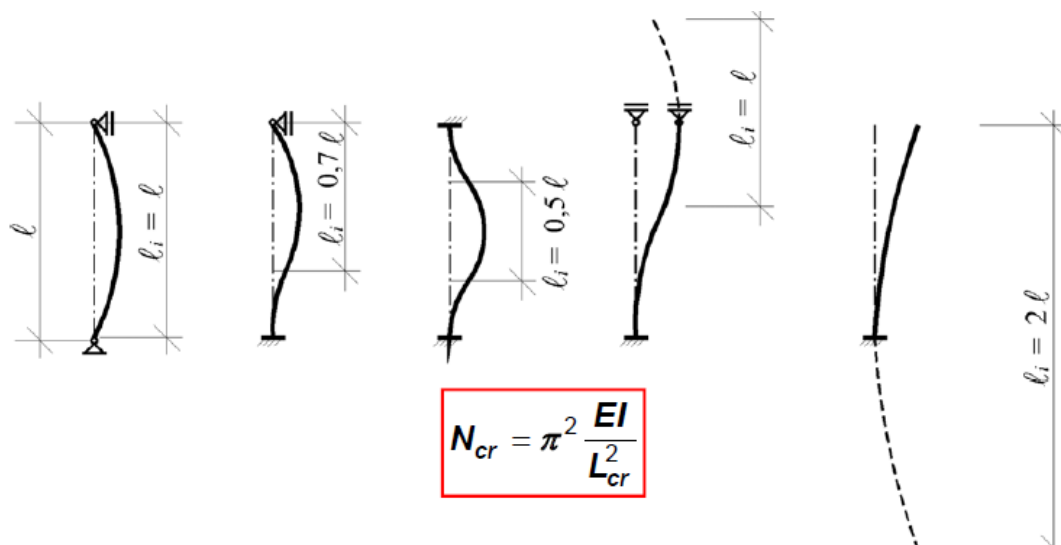
Definicija u matematičkom smislu:

Dužina izvijanja je dužina između susednih, realnih ili fiktivnih prevojnih tačaka izvijenog oblika štapa;

Definicija u fizičko-mehaničko smislu:

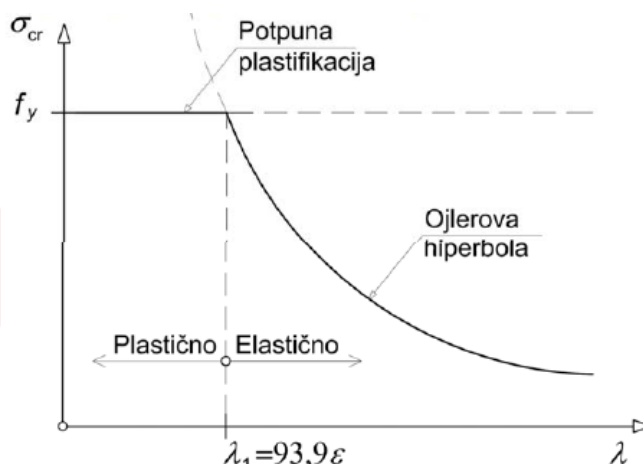
Dužina izvijanja je dužina zamenjujućeg, obostrano zglobno oslonjenog štapa, opterećenog koncentrisanim sila pritiska na svojim krajevima, koji ima istu kritičnu silu kao i razmatrani štap;

Dužine izvijanja L_{cr} (Ojlerovi slučajevi)



43. Kritičan napon izvijanja (Ojlerova hiperbola)

$$\sigma_E = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{L^2 A} = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2}$$



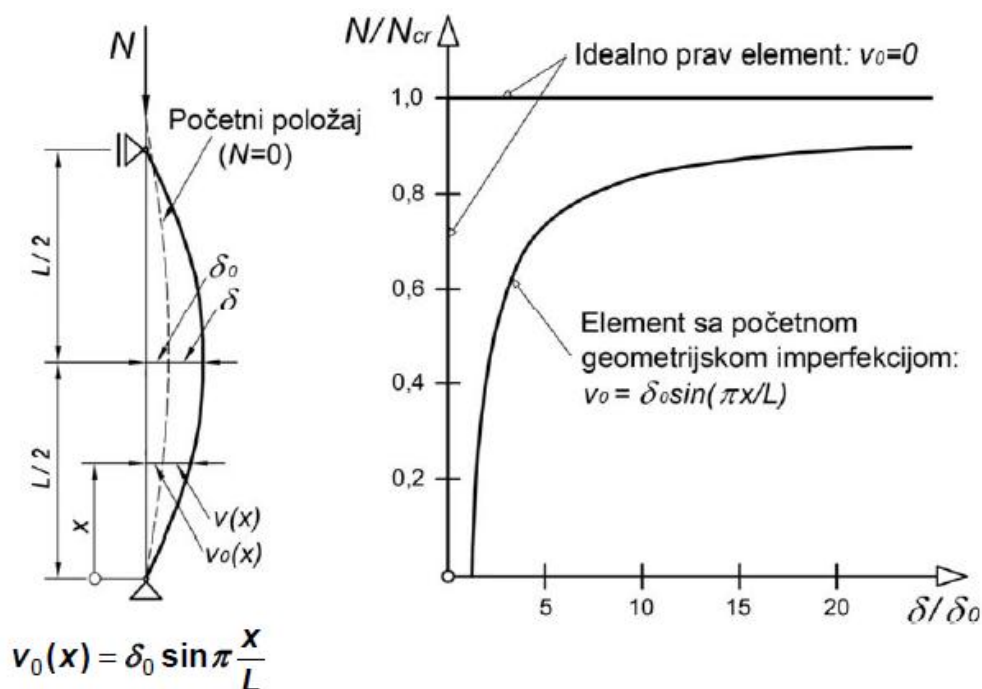
A površina poprečnog preseka elementa,
 λ vitkost elementa,
 i poluprečnik inercije.

44. Nesavršenost realnih stapova

- Sopstveni ili zaostali naponi;
- Geometrijske imperfekcije (nesavršenosti);
- Nehomogenost osnovnog materijala;
- Ekscentričnost opterećenja

45. Izvijanje zakrivljenog elementa. Deformacija realnog štapa

Izvijanje zakrivljenog elementa - postavka problema



Ponašanje zakrivljenog (realnog) elementa

Moment savijanja

$$M(x) = N_c(v(x) + v_0(x)) = N_c v(x) + N_c \delta_0 \sin \pi \frac{x}{L}$$

Diferencijalna jednačina izvijanja realnog elementa

$$v''(x) + k^2 v(x) = -\frac{N_c \delta_0}{EI} \sin \pi \frac{x}{L}$$

Rešenje diferencijalne jednačine – funkcija deformacije elementa

$$v(x) = \frac{\delta_0}{\frac{\pi^2}{N_c L^2 / EI} - 1} \sin \frac{\pi}{L} x$$

Deformacije realnog elementa

Dodatna deformacija zakrivljenog štapa u sredini raspona:

$$v(x = L/2) = \delta = \frac{\delta_0}{\frac{\pi^2}{N_c L^2 / EI} - 1} = \frac{\delta_0}{\frac{N_{cr}}{N_c} - 1}$$

Ukupna deformacija zakrivljenog štapa u sredini raspona:

$$\delta_{tot} = \delta + \delta_0 = \delta_0 \frac{1}{1 - N_c/N_{cr}}$$

δ_0 početna deformacija štapa u sredini raspona,

δ dodatna deformacija štapa u sredini raspona,

δ_{tot} ukupna deformacija štapa u sredini raspona,

N_{cr} kritična (Ojlerova) sila,

N_c sila pritiska.

46. Naprezanje zakrivljenog elementa. Ajron-Perijava formula

Naprezanja krivog elementa (štapa)

$$\sigma_{max} = \frac{N_c}{A} + \frac{N_c \delta_{tot}}{W} = \frac{N_c}{A} + \frac{N_c \delta_0}{W \left(1 - \frac{N_c}{N_{cr}}\right)} \leq fy$$

$$\frac{N_u}{A} + \frac{N_u \delta_0}{W \left(1 - \frac{N_c}{N_{cr}}\right)} = fy \quad \frac{N_u}{N_{pl}} + \frac{A \delta_0}{W} \frac{N_u/N_{pl}}{1 - \frac{N_u}{N_{cr}}} = 1 \quad \eta = \delta_0 A/W$$

$$\frac{N_u}{N_{pl}} + \eta \frac{\frac{N_u}{N_{pl}}}{1 - \left(\frac{N_u}{N_{pl}}\right) \left(\frac{N_{pl}}{N_{cr}}\right)} = 1$$

N_u granična sila izvijanja;

N_{pl} plastična nosivost preseka

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} \quad \text{relativna vitkost na izvijanje}$$

$$\chi = \frac{N_u}{N_{pl}} \quad \text{bezdimenzionalni koeficijent izvijanja}$$

Ajron-Perijeva formula :

$$\chi + \frac{\chi \eta}{1 - \chi \bar{\lambda}^2} = 1 \quad \boxed{\chi^2 \bar{\lambda}^2 - (1 + \eta + \bar{\lambda}^2) \chi + 1 = 0}$$

$$\chi = \frac{1 - \eta + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{(1 + \eta + \bar{\lambda}^2)^2 - 4 \bar{\lambda}^2}}{2 \bar{\lambda}^2} \quad \Phi = \frac{1 + \eta + \bar{\lambda}^2}{2}$$

$$\chi = \frac{2\Phi - \sqrt{(2\Phi)^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2} = \frac{\Phi - \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}{\bar{\lambda}^2} \quad \boxed{\chi = \frac{1}{\Phi - \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}}$$

Peri-Robertsonova formula :

$$\eta = 0.00003 \left(\frac{L}{i}\right)^2$$

47. Evropske krive izvijanja

- Krive izvijanja predstavljaju modifikaciju teorijskih krivih izvijanja (Peri Robertsonove formule);
- Definišu vezu između relativne vitkosti i bezdimenzionalnog koeficijenta izvijanja;
- Brojna istraživanja u ECCS-u (70-ih godina); Makua i Rondal (1978) su formulisali faktor η kao:

$$\eta = \alpha(\bar{\lambda} - 0.2)$$

- Proračun nesavršenosti realnih štapova preko **ekvivalentnih geometrijskih imperfekcija**;
- Zbog složenosti problema uvedena je familija evropskih krivih izvijanja (A0, **A**, **B**, **C** i **D**) koje su definisane teorijsko-eksperimentalnim putem;

Evropske krive izvijanja

Kriva izvijanja	a0	a	b	c	d
α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

48. Relativna vitkost na fleksiono izvijanje

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{Rk}}{N_{cr}}} \quad \text{relativna vitkost elementa}$$

$$N_{Rk} = A * f_y \quad \text{plastična nosivost preska za klase 1, 2 i 3}$$

$$N_{Rk} = A_{eff} * f_y \quad \text{nosivost efektivnog preska za klasu 4}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad \text{kritična sila izvijanja}$$

$$\text{Za klase 1,2,3 :} \quad \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{\frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2}}} = \frac{L_{cr}}{\sqrt{I/A}} \frac{1}{\pi \sqrt{f_y}} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$$

$$\text{Za klasu 4:} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \sqrt{A_{eff}/A}$$

Vitkost na granici razvlačenja - λ_1

Vitkost štapa na granici razvlačenja je vitkost pri kojoj je Ojlerov kritičan napon jednak naponu na granici razvlačenja!

$$\sigma_{cr} = \pi^2 \frac{E}{\lambda_1^2} = f_y \rightarrow \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93.9 \varepsilon \quad \varepsilon = \sqrt{235/f_y}$$

Za određenu vrstu čelika λ_1 ima konstantnu vrednost!

49. Nosivost pritisnutog elementa na fleksiono izvijanje

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1.0$$

$$N_{b,Rd} = \begin{cases} \chi A f_y / \gamma_{m1} & \text{za preseke klase 1,2 i 3} \\ \chi A_{eff} f_y / \gamma_{m1} & \text{za preseke klase 4} \end{cases}$$

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{za } \bar{\lambda} \leq 0.2 \\ \frac{1}{\Phi - \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} & \text{za } \bar{\lambda} \geq 0.2 \end{cases}$$

$$\Phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

U opštem slučaju treba proveriti izvijanje oko obe glavne ose inercije y-y i z-z. Merodavna je manja vrednost!

50. Torziono i torziono-fleksiono izvijanje

Torziono izvijanje

- Karakteristično za otvorene centralnosimetrične poprečne preseke (krstasti, zrakasti,...) koji imaju značajne krutosti na savijanje oko obe glavne ose inercije, a malu torzionu krutost;
- Kod ovakvih preseka potrebno je odrediti kritičnu silu za torziono izvijanje ($N_{cr,T}$) na osnovu koje se određuje relativna vitkost elementa;
- Kada se odredi relativna vitkost, nosivost elementa na torziono izvijanje se određuje na isti način kao i za fleksiono izvijanje, a kriva izvijanja se usvaja kao za izvijanje oko slabije z-z ose;

Kritična sila torzionog izvijanja

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L_t^2} \right) \rightarrow \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{Rk}}{N_{cr,T}}}$$

$$i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$$

G modul smicanja,

I_t torzioni moment inercije bruto poprečnog preseka,

E modul elastičnosti,

I_w sektorski moment inercije bruto poprečnog preseka,

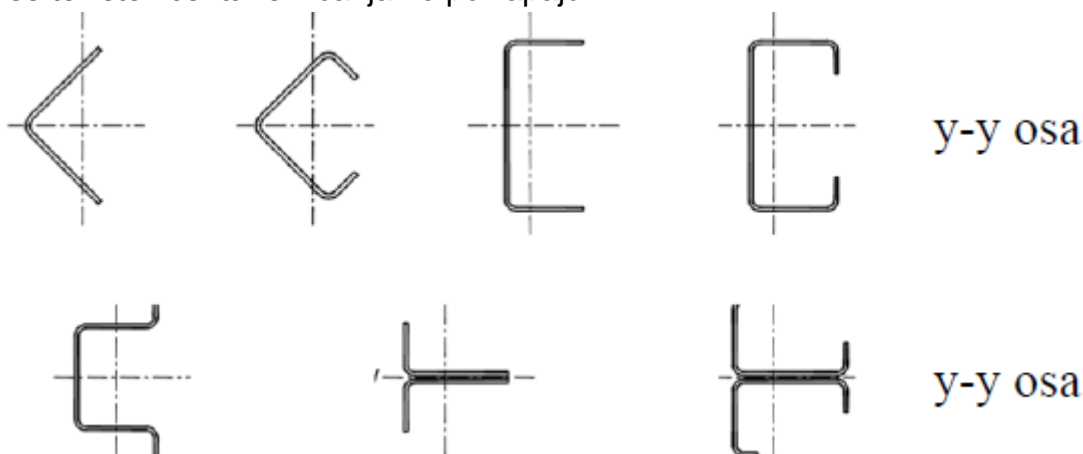
i_y poluprečnik inercije bruto poprečnog preseka oko y-y ose,

i_z poluprečnik inercije bruto poprečnog preseka oko z-z ose,

y₀, z₀ koordinate centra smicanja u odnosu na težište bruto poprečnog preseka.

Torziono-fleksiono izvijanje

- Kombinacija fleksionog i torzionog izvijanja;
- Karakteristično za monosimetrične (ili nesimetrične) poprečne preseke kod kojih se težište i centar smicanja ne poklapaju!



Kritična sila torziono-fleksionog izvijanja za monosimetrične poprečne preseke (y-y osa simetrije)

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2\beta} \left(1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right)^2 - 4\beta \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}} \right) \quad \beta = 1 - \frac{y_0^2}{i_0^2}$$

$$N_{cr} = \min(N_{cr,z}, N_{cr,T})$$

Za obostrano simetrične poprečne preseke kritična sila izvijanja se određuje kao:

$$N_{cr} = \min(N_{cr,z}, N_{cr,y}, N_{cr,TF})$$

51. Određivanje dužine izvijanja

Umesto kritične sile, za određivanje relativne vitkosti na fleksiono izvijanje može da se koristi dužina izvijanja. Opšti izraz za određivanje dužine izvijanja:





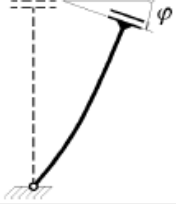

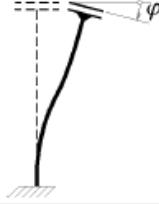

$$L_{cr} = \beta L$$

L_{cr} dužina izvijanja,

L sistemna dužina elementa (štapa),

β koeficijent dužine izvijanja.

Dužine izvijanja stubova sa konstantnim momentom inercije i konstantnom normalnom silom

a	b	c	d
			
$\beta = 2$	$\beta = 1$	$\beta = 0,7$	$\beta = 0,5$
e	f	g	h
			
$2 < \beta < \infty$	$\beta = 2$	$1 < \beta < 2$	$\beta = 1$

Dužine izvijanja štapova rešetkastih nosača

- Posebno se analiziraju **pojasni štapovi** i **štapovi ispune** (dijagonale i vertikale), kao i izvijanje **u ravni** rešetkastog nosača i **izvan ravni** rešetkastog nosača;
- **Sistemna dužina** u ravni rešetkastog nosača jednaka je rastojanju između čvorova rešetkastog nosača, a izvan ravni je jednaka osovinskom rastojanju između tačaka bočnog pridržavanja;

Dužine izvijanja pojaseva

- Generalno, dužina izvijanja pojasnog elementa u ravni i izvan ravni jednaka je njegovoj **sistemnoj dužini L** ($\beta = 1$)!
- Za pojasne štapove od I ili H preseka, može se usvojiti da je dužina izvijanja u ravni jednaka **$0,9L$** ($\beta = 0,9$) a izvan ravni jednaka je sistemnoj dužini **L** ($\beta = 1$)!
- Za pojasne štapove od šupljih profila, dužina izvijanja u ravni i izvan ravni jednaka je **$0,9L$** ($\beta = 0,9$), gde je **L** sistemna dužina!
Za izvijanje izvan ravni sistemna dužina jednaka je rastojanju tačaka bočnog pridržavanja!

Dužine izvijanja štapova ispune

- Generalno, dužina izvijanja štapova ispune izvan ravni jednaka je sistemnoj dužini **L** ;
- Dužina izvijanja u ravni rešetkastog nosača jednaka je **$0,9L$** izuzev u slučaju štapova od ugaonika;
- Kod rešetkastih nosača od šupljih profila kod kojih je odnos širine štapa ispune i širine pojasa manji od **$0,6$** ($d_i/d_0 < 0,6$) dužina izvijanja u ravni i izvan ravni je **$0,75L$** ;

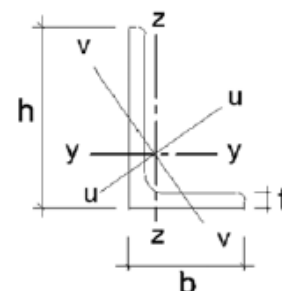
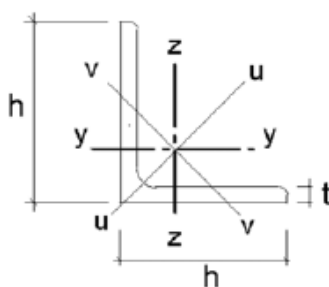
Dužine izvijanja štapova ispune od L profila

Za štapove ispune od ugaonika (L profila), kada veza sa pojasom poseduje određen stepen uklještenja (zavarena ili sa bar 2 zavrtnja) može se zanemariti ekscentricitet, a ugaonik se proračunava kao centrično pritisnut element sa ekvivalentnom relativnom vitkošću:

$$\bar{\lambda}_{eff,v} = 0,35 + 0,7\bar{\lambda}_v$$

$$\bar{\lambda}_{eff,y} = 0,50 + 0,7\bar{\lambda}_y$$

$$\bar{\lambda}_{eff,z} = 0,50 + 0,7\bar{\lambda}_z$$



U slučaju veze sa samo jednim zavrtnjem ekscentričnost mora da se uzme u obzir, a dužina izvijanja je jednaka sistemnoj dužini L;

52. Izvijanje neuniformnih elemenata

Uniformni elementi su elementi konstantnog poprečnog preseka opterećeni konstantno aksijalnom silom pritiska;

Neuniformni elementi su elementi kod kojih:

- se poprečni presek menja duž elementa (promena visine elementa i/ili promena dimenzija poprečnog preseka);
- je promenljiv dijagram normalne sile pritiska duž elementa (linearno ili skokovito).

Proračun nosivosti neuniformnih elemenata na izvijanje

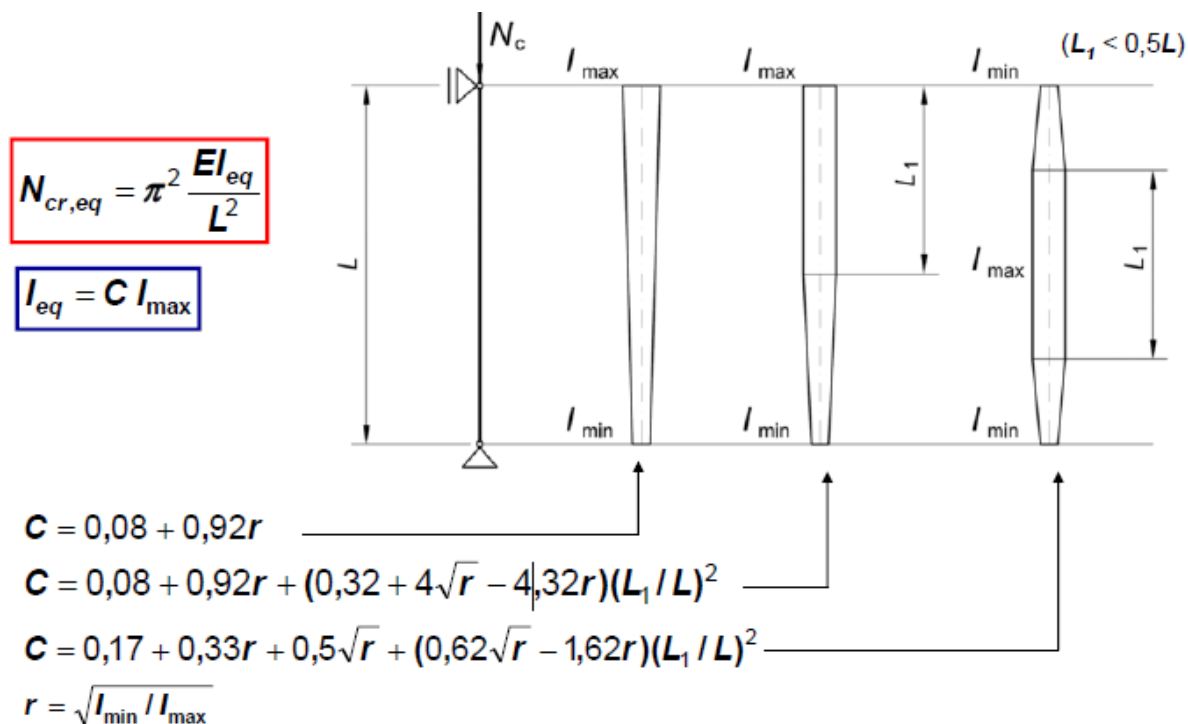
Proračun neuniformnih elemenata može da se sprovede na dva načina:

- primenom proračuna po teoriji II reda sa početnim geometrijskim imperfekcijama i kontrolom nosivosti najopterećenijeg preseka;
- određivanjem kritične sile N_{cr} , a potom primenom algoritma za elemente konstantnog poprečnog preseka;

Kritična sila može da se odredi pomoću softvera, ili uprošćenih postupaka za pojedinačne slučajeve (npr. metoda ekvivalentnog momenta inercije);

Metoda ekvivalentnog momenta inercije – I_{eq}

Kritična sila za izvijanje oko y-y ose I profila promenljive visine. Ostale dimenzije poprečnog preseka su konstantne.



53. Puni nosaci (primena, vrste, statički sistemi, prednosti i mane)

Prednosti i mane

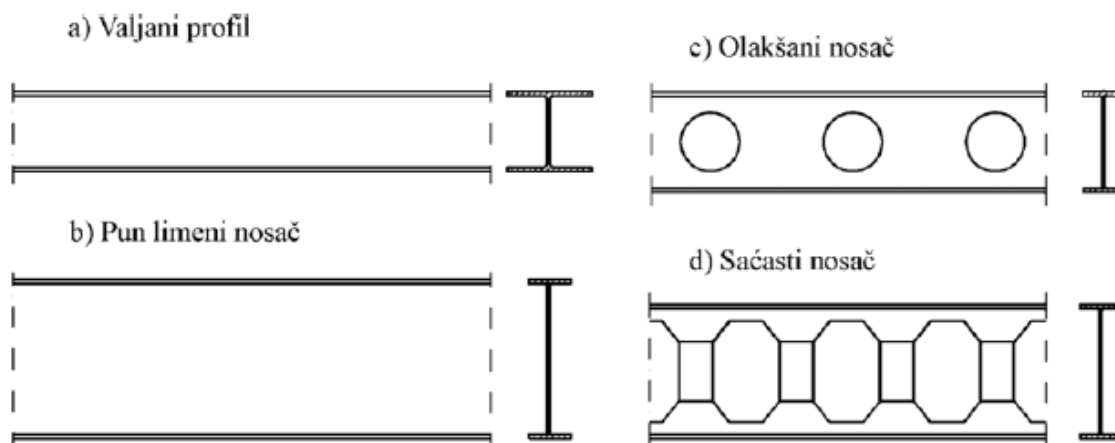
Puni nosači:

- su jednostavniji za izradu, pa imaju manju jediničnu cenu,
- imaju povoljniji odnos obim/površina (jeftinija antikoroziorna zaštita),
- veća težina od rešetkastih,

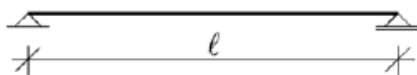
Rešetkasti nosači:

- mogu da savladaju znatno veća opterećenja i da premoste značajne raspone;
- lakši su od odgovarajućih punih nosača;
- zahtevaju znatno veći rad pri izradi (veća jedinična cena);

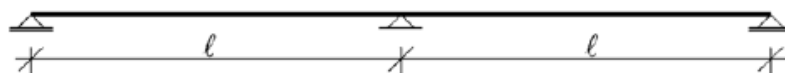
Različite vrste nosača



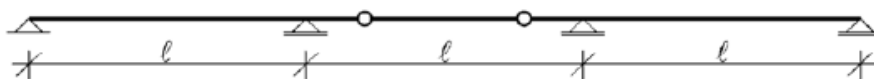
Statički sistemi punih nosača



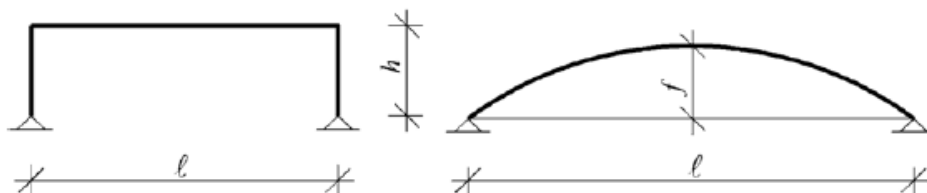
a) Prosta greda



b) Kontinualni nosač



c) Gerberov nosač



54. Puni nosaci od vruće valjanih profila. Povećanje nosivosti punih nosaca

Puni nosači mogu da budu izrađeni :

- od **vruće valjanih profila**;
- kao **puni limeni nosači u zavarenoj izradi** ili
- puni limeni nosači u zakovanoj izradi;

Puni nosači izrađeni od vruće valjanih profila

- I profili sa uskim nožicama (**IPN ili IPE**);
- I profili sa širokim nožicama (**HEA, HEB, HEM**);
- **U** profili;

I profili sa uskim nožicama - IPE i IPN

- Primenuju se najčešće u slučaju savijanja samo oko jače ose inercije (M_y);
- Imaju povoljan odnos W_y/A (racionalnost u pogledu savijanja);
- Imaju malu nosivost na savijanje oko slabije ose inercije;
- Relativno uska nožica smanjuje otpornost na bočnotorziono izvijanje, pa ih treba izbegavati kada nije obezbeđeno dovoljno često bočno pridržavanje;

Prednosti IPE profila u odnosu na klasičan IPN profil

- Paralelne obe strane nožica;
- Nisu potrebne kose podložne pločice;
- Podvezice se mogu postaviti sa obe strane;
- Nožice su šire
- Veća nosivost na savijanje oko slabije ose
- Veća otpornost na bočno-torziono izvijanje;
- Manja debljina rebra;
- Povoljniji odnos W_y/A ;
- Manja težina

I profili sa širokim nožicama – HEA, HEB, HEM

Primenjuju se u slučaju:

- većih raspona i opterećenja;
- kosog savijanja;
- kada su izraženiji problemi bočno-torzionog izvijanja;
- kada je ograničena građevinska visina;

Imaju veću težinu od I profila sa uskim nožicama;

Izbegavati HEM profile (velika težina)!

Nosači od U profila

- Težište i centar smicanja se ne poklapaju.
- Primenjuju se uglavnom za manja naprezanja i sekundarne elemente;
- Mogu se primenjivati kao udvojeni profili, ili u kombinacijom sa drugim profilima (npr. I profilom)

Povećanje nosivosti vrućevaljanih profila

Može se ostvariti na više načina:

- Povećanjem broja nosača (na primer udvajanjem);
- Postavljanjem dodatnih pojasnih lamela;
- Povećavanjem visine rebra umetanjem komada lima;

Ovo povećanje nosivosti je limitirano (maks. 70-80%);

55. Kontrola granicnih stanja kod punih nosaca

Neophodno je da se sprovedu sledeće kontrole:

Granična stanja nosivosti - ULS

- **Kontrola nosivosti poprečnih preseka** za sve merodavne poprečne preseke (uvek);
- Kontrola nosivosti nosača na **bočno-torziono izvijanje** (ukoliko je potrebno);
- Kontrola **izbočavanja** (najčešće nije neophodno kod standardnih valjanih profila);

Granična stanja upotrebljivosti – SLS

- **Kontrola deformacija** (uvek) – ugiba i/ili obrtanja preseka;
- Kontrola vibracija (kada se zahteva);
- Kontrola napona – elastično ponašanje (kada se zahteva – kod dinamički opterećenih konstrukcija)

Kontrola nosivosti poprečnih preseka

- Kontrola nosivosti poprečnih preseka treba da se sprovede u svim poprečnim presecima sa maksimalnim uticajima, kao i na svim mestima diskontinuiteta (promene geometrije preseka);
- Kod punih nosača dominantni uticaji su: **moment savijanja M_{Ed}** i **smičuća (transverzalna) sila V_{Ed}** ;
- Neophodno je da se izvrši kontrola nosivosti preseka na savijanje, smicanje i po potrebi na interakciju savijanja i smicanja;

56. Nosivost poprečnog preseka na savijanje

Proračun momenta nosivosti poprečnog preseka

- Proračunska vrednost momenta nosivosti poprečnog preseka $M_{c,Rd}$ zavisi od klase poprečnog preseka;
- Za preseke klase 1 i 2 koristi se plastičan model ponašanja (M_{pl});
- Za preseke klase 3 primenjuje se elastična lokalna analiza (M_{el});
- Za poprečne preseke klase 4 nosivost se određuje takođe primenom elastične analize, ali sa efektivnim poprečnim presekom usled izbočavanja (M_{eff});

Proračunska vrednost momenta nosivosti – $M_{c,Rd}$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1.0 \quad M_{c,Rd} = \begin{cases} W_{pl} f_y / \gamma_{m0} & \text{za klase 1 i 2} \\ W_{el, \min} f_y / \gamma_{m0} & \text{za klasu 3} \\ W_{eff, \min} f_y / \gamma_{m0} & \text{za klasu 4} \end{cases}$$

M_{Ed} proračunska vrednost momenta savijanja,

$M_{c,Rd}$ proračunska vrednost momenta nosivosti,

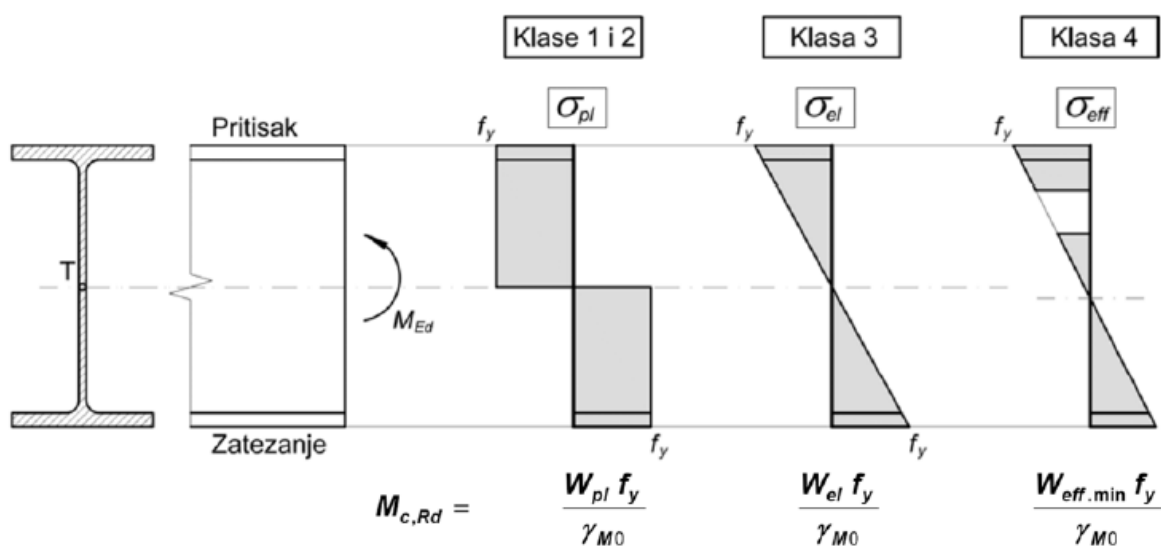
W_{pl} plastični otporni moment poprečnog preseka,

$W_{el, \min}$ minimalni elastični otporni moment poprečnog preseka,

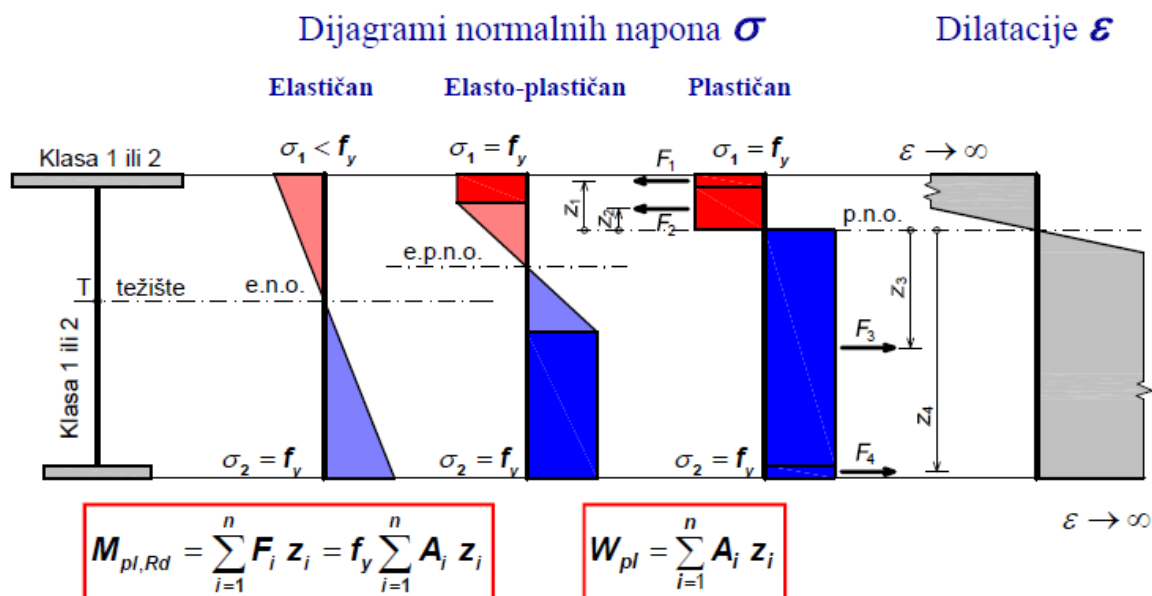
$W_{eff, \min}$ minimalni otporni moment efektivnog poprečnog preseka,

f_y granica razvlačenja.

Momenti nosivosti za različite klase preseka

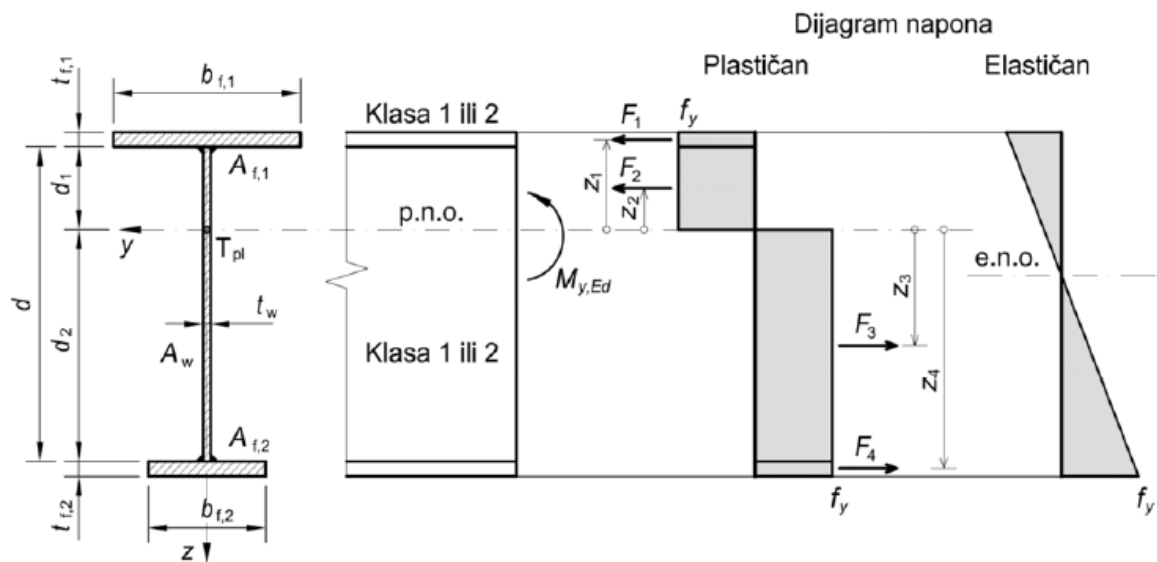


57. Plastifikacija monosimetričnih preseka. Plastični otporni moment



A_i površina dela poprečnog preseka,
 z_i rastojanje od težišta dela preseka do plastične neutralne linije.

Plastičan otporni moment monosimetričnog I preseka

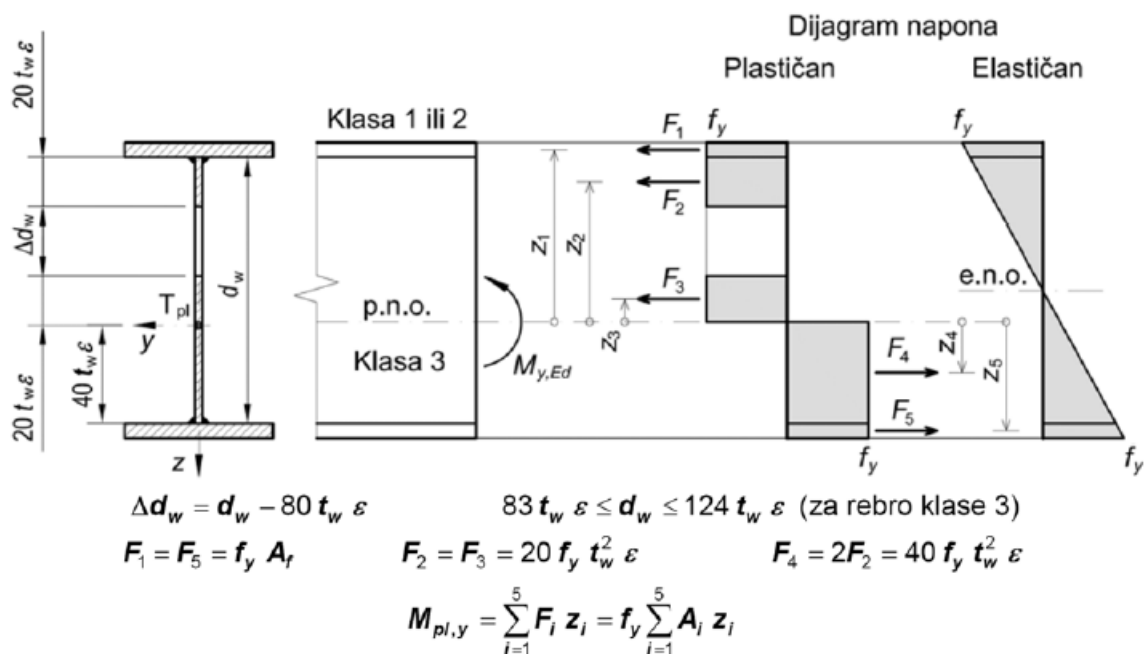


$$d_1 = \frac{d}{2} - \frac{(A_{f,1} - A_{f,2})}{2t_w} \quad W_{pl,y} = A_{f,1} \left(d_1 + \frac{t_{f,1}}{2} \right) + A_{f,2} \left(d_2 + \frac{t_{f,2}}{2} \right) + \frac{(d_1^2 + d_2^2)t_w}{2}$$

Kod monosimetričnih zavarenih I preseka položaj elastičnog i plastičnog težišta se ne poklapaju, imajući u obzir različite dijagrame normalnog napona za elastičnu i plastičnu analizu. Plastična osa uvek deli poprečni presek na dva dela jednakih površina, što nije slučaj i sa elastičnom neutralnom osom kod monosimetričnih poprečnih preseka.

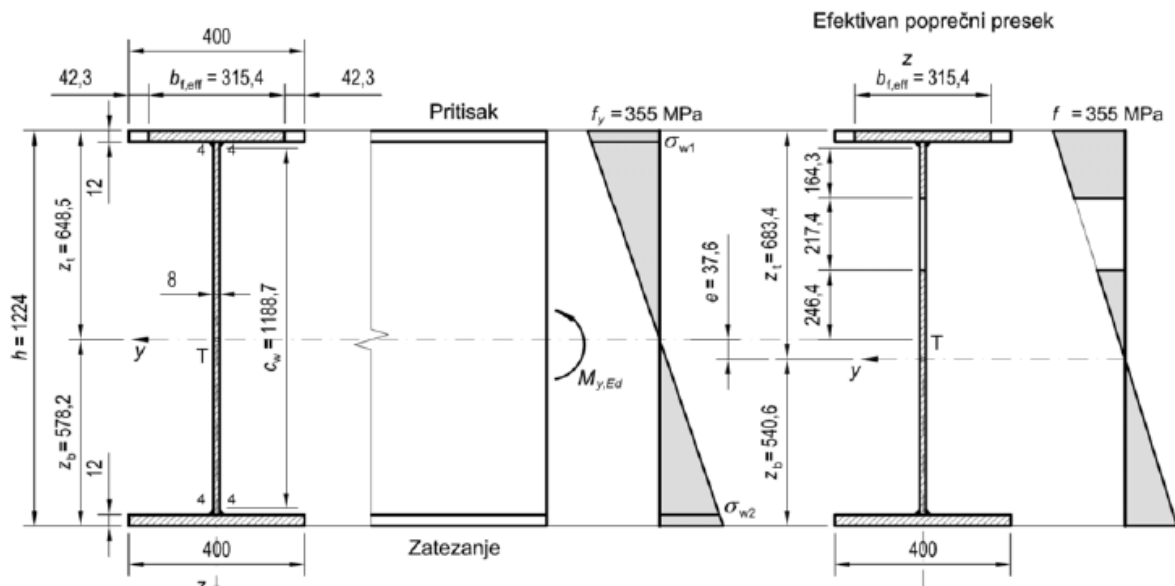
58. Plasticna nosivost poprecnih preseka sa nozicama klase 1 ili 2, rebrom klase 3

Plastična analiza nosivosti poprečnog preseka na savijanje može takođe da se primeni i kod poprečnih preseka sa rebrom klase 3 i nožicama klase 1 ili 2, ali se umesto čitavog rebra uzima samo njegov efektivan deo. Naime, prema EC3, pritisnuti deo rebra se aproksimira sa dve efektivne zone dužine $20t_w\varepsilon$ koje se nalaze uz pritisnutu nožicu i uz plastičnu neutralnu osu efektivnog poprečnog preseka. Kod obostrano simetričnih vrućevaljanih ili zavarenih profila sa nožicama klase 1 ili 2 i rebrom klase 3, plastična nosivost pritisnute i zategnute nožice je jednaka $F_1=F_5$, pa i nosivost pritisnutog i zategnutog dela rebra moraju takođe da budu jednake $F_2+F_3=F_4$. Iz ovog uslova se može doći do zaključka da je ukupna efektivna dužina rebra jednaka $80t_w\varepsilon$. Budući da je visina rebra klase 3 za slučaj čistog savijanja veća od ove vrednosti, odnosno da se, prema tabelama za klasifikaciju unutrašnjih delova preseka, nalazi unutar sledećih granica $83t_w\varepsilon \leq d_2 \leq 124t_w\varepsilon$, sledi da je deo rebra dužine $\Delta d_w = d_w - 80t_w\varepsilon$ neefektivan. Kada se odredi neefektivna visina (dužina) rebra Δd_w može da se definiše i položaj plastične neutralne ose efektivnog poprečnog preseka, a potom i moment pune plastičnosti ovakvog preseka.



Nosivost ovakvih poprečnih preseka može, takođe da se odredi i primenom elastične lokalne analize korišćenjem elastičnog otpornog momenta celokupnog poprečnog preseka ($M_{el,y} = f_y W_{el,y}$), ali se na ovakav način dobija manja nosivost poprečnog preseka na savijanje.

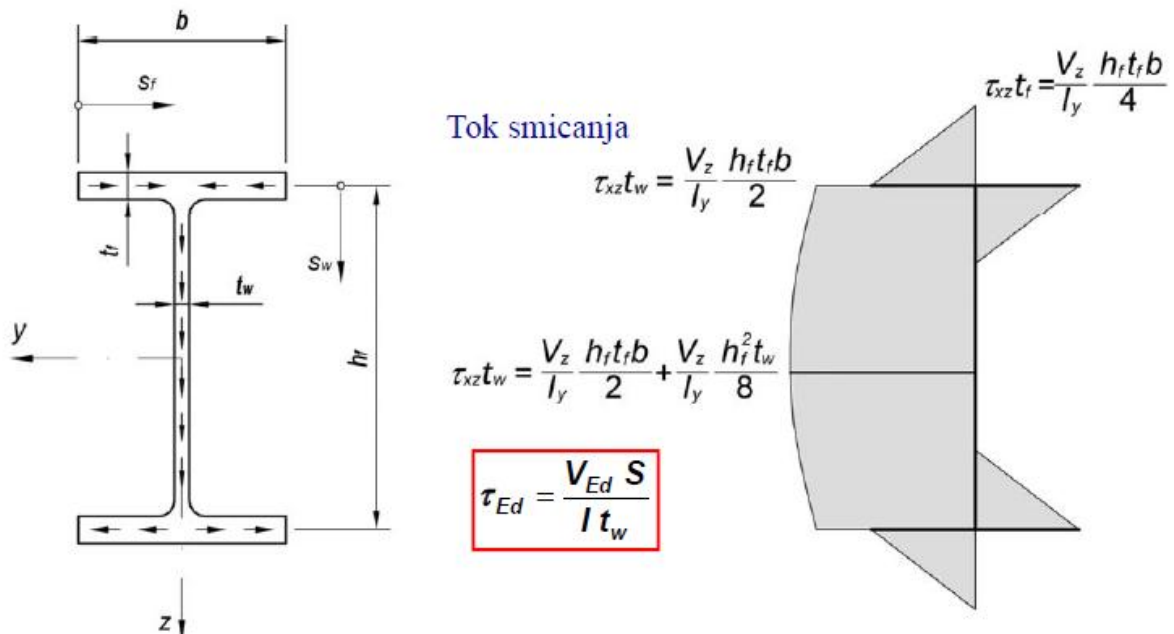
59. Moment nosivosti poprecnih preseka klase 4



1. Određuje se klasa poprečnog preseka
2. Proračun efektivnog poprečnog preseka. Nožica, rebro.
3. Određivanje geometrijskih karakteristika
4. Određivanje momenta nosivosti poprečnog preseka

60. Nosivost poprečnog preseka na smicanje

Smicanje



Rebro nosača prihvata dominantan deo smičuće sile!

Kontrola nosivost na dejstvo smičućih sila

$$\frac{V_{ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1.0$$

V_{Ed} proračunska vrednost smičuće sile

$V_{c,Rd}$ proračunska vrednost nosivosti preseka na smicanje

- Proračunska vrednost nosivosti preseka na smicanje $V_{c,Rd}$, može da se odredi kao plastična ili elastična u zavisnosti od vitkosti rebra nosača;
- Plastična nosivost rebra na smicanje može da se koristi kod krutih (debelih) rebara koja nisu osetljiva na izbočavanje smicanjem;
- Elastična nosivost je karakteristična za vitka rebra;
- Model nosivosti preseka na smicanje nema veze sa klasama preseka!
- Izbočavanje smicanjem mora da se proveriti kada je: $hw / tw > 72\varepsilon / \mu$

Plastična nosivost preseka na dejstvo smičućih sila

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{m0}} = \frac{A_v \tau_y}{\gamma_{m0}} \quad \tau_y = f_y / \sqrt{3}$$

V_{Ed} proračunska vrednost smičuće sile,
 $V_{c,Rd}$ proračunska vrednost nosivosti preseka na smicanje,
 $V_{pl,Rd}$ plastična nosivost poprečnog preseka na smicanje,
 A_v površina smicanja,
 f_y granica razvlačenja.

Elastična nosivost preseka na smicanje

$$\frac{\tau_{ED}}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{m0}} \leq 1.0 \quad \tau_{ED} \leq \tau_y / \gamma_{m0}$$

$$\tau_{xz,Ed} = \frac{V_{z,Ed} S_y}{I_y t_w} \leq \tau_y / \gamma_{m0}$$

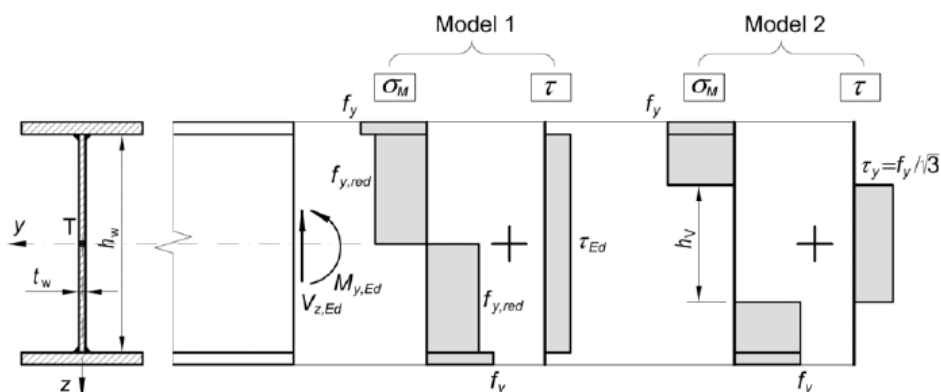
$V_{z,Ed}$ proračunska vrednost sile smicanja u z pravcu
 S_y statički moment dela preseka (težišta za max napon)
 I_y moment inercije oko jače y-y ose
 t_w debljina rebra.

61. Interakcija savijanja i smicanja kod preseka klase 1 i 2

Interakcija savijanja i smicanja

- U slučaju istovremenog (interaktivnog) delovanja momenta savijanja i smičuće sile značajnog intenziteta u istom poprečnom preseku potrebno je da se proveriti nosivost preseka na njihovu interakciju, odnosno kombinovano delovanje;
- Način proračuna zavisi od klase poprečnog preseka;
- Za klase 1 i 2 se određuje **redukovani moment plastične nosivosti** poprečnog preseka - MV_{Rd} ;
- Redukcija nije potrebna kada je ispunjen uslov: $V_{Ed} \leq 0,5 V_{Rd}$
- Za klase 3 i 4 se vrši kontrola fon Mizesovog napona;
- Za proračun redukovanog momenta nosivosti postoje dva proračunska modela;

Modeli za redukovani moment plastične nosivosti – preseči klase 1 i 2

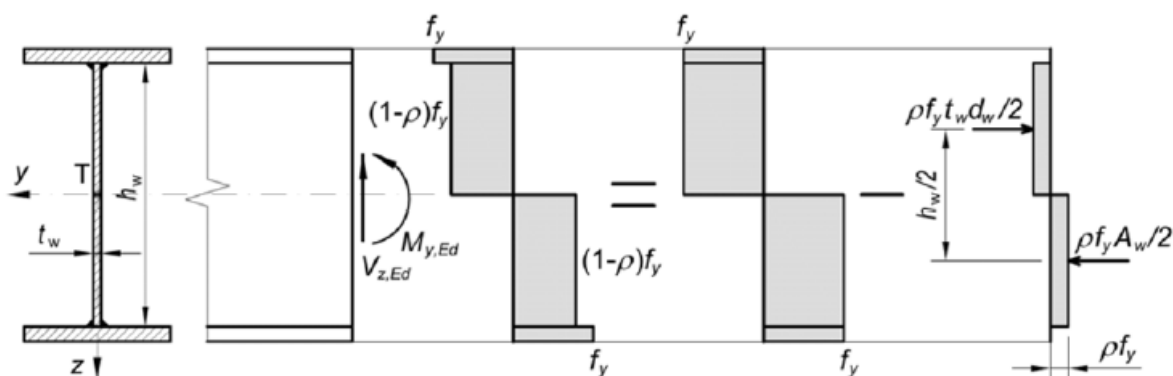


$$f_{y,red} = (1 - \rho) f_y \quad \rho = \left(\frac{2V_{ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

Model 1 se zasniva na redukovanoj granici razvlačenja $f_{y,red}$ za deo preseka (rebra) koji prihvata smičuće napone i punoj granici razvlačenja f_y za preostali deo preseka koji ne učestvuje u prenosu smicanja (nožice). Raspored smičućih napona je konstantan po čitavoj visini rebra, a vrednost redukovane granice razvlačenja $f_{y,red}$ zavisi od intenziteta smičućih napona u rebu nosača. Model 1 se koristi ako nije ispunjen uslov : $V_{Ed} \leq 0,5 V_{Rd}$

Model 2 se zasniva na punoj plastičnoj nosivosti preseka izuzimajući deo rebra visine h_v uz neutralnu osu koji je potreban da se prihvati kompletna sila smicanja. Jedan deo preseka prihvata samo momenat savijanja , a drugi deo samo smičuću silu. Model 2 je prikladniji za korišćenje u slučaju savijanja I preseka oko slabije z-z ose, imajući u vidu da u takvim slučajevima i smicanje i savijanje dominantno prenose nožice.

Proračun M_y, V, R_d za I profile i savijanje oko y-y ose



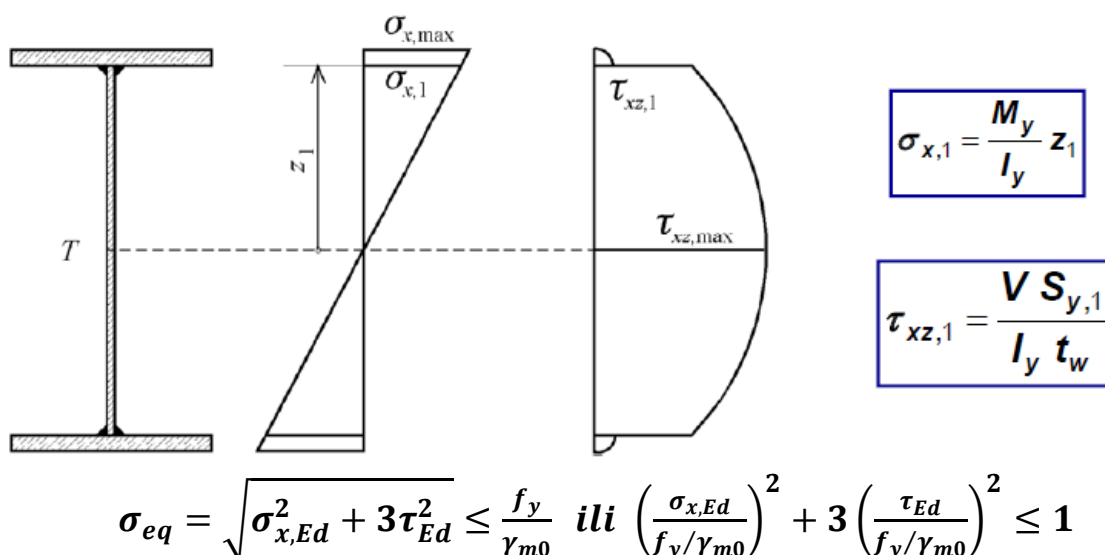
$$M_{V,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} - \Delta M_{V,y}$$

$$\Delta M_{V,y,Rd} = \frac{A_w h_w \rho f_y}{2 \cdot 2 \gamma_{M0}} = \frac{\rho A_w^2 f_y}{4 t_w \gamma_{M0}} \quad A_w = h_w \cdot t_w$$

$$M_{V,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} - \Delta M_{V,y,Rd} = \left(W_{pl,y} - \frac{\rho A_w^2}{4 t_w} \right) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

62. Interakcija savijanja i smicanja kod preseka klase 3 i 4

Interakcija M i V za preseke klase 3 i 4 -Kontrola uporednog (ekvivalentnog) napona – σ_{eq}



z_1 rastojanje od težišta preseka do veze rebra i nožice;

$S_{y,1}$ statički moment nožice;

$\sigma_{x,Ed}$ proračunska vrednost normalnog napona

τ_{Ed} proračunska vrednost smičućeg napona

Treba voditi računa da kod preseka klase 4 proračunska vrednost normalnog napona treba da se odredi na osnovu efektivnog poprečnog preseka. Takođe treba naglasiti da kod vitkih rebara koja ispunjavaju uslov $h_w/t_w > 72\varepsilon/\eta$ treba da se izvrši kontrola na izbočavanje smicanjem i kontrola izbočavanja smicanjem i izbočavanja usled normalnih napona pritiska.

63. Kontrola granicnih stanja upotrebljivosti (često pitanje)

- Kontrola **deformacija** (ugiba nosača i obrtanja oslonačkih preseka);
- Kontrole **vibracija** konstrukcije (vertikalne i horizontalne sopstvene frekvencije konstrukcije);
- Kontrole **napona** kod dinamički opterećenih konstrukcija (mostovi);
- Kontrole se sprovode za uticaje usled kombinacija za SLS - **bez parcijalnih koeficijenata sigurnosti!**
- Za deformacije je merodava **karakteristična kombinacija dejstava:**

$$\sum_j G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Kontrola ugiba:

$$w_{ser} \leq w_{lim} = L/m$$

w_{ser} maksimalan ugib za karakterističnu kombinaciju SLS;

w_{limit} maksimalna dopuštena vrednost ugiba;

m = 200, 250, 300, 350, 500, 750 i 1000

L raspon nosača

Vrednosti parametra **m** zavise od:

- tipa nosača (rožnjača, podni nosač, krovni nosač,...);
- vrste (krutosti) nekonstruktivnih elemenata koji se oslanjaju na nosač;

Kontrola napona pri SLS:

normalni napon:
$$\sigma_{Ed,ser} \leq \frac{f_y}{\gamma_{m,ser}}$$

smičući napon:
$$\tau_{Ed,ser} \leq \frac{f_y \sqrt{3}}{\gamma_{m,ser}}$$

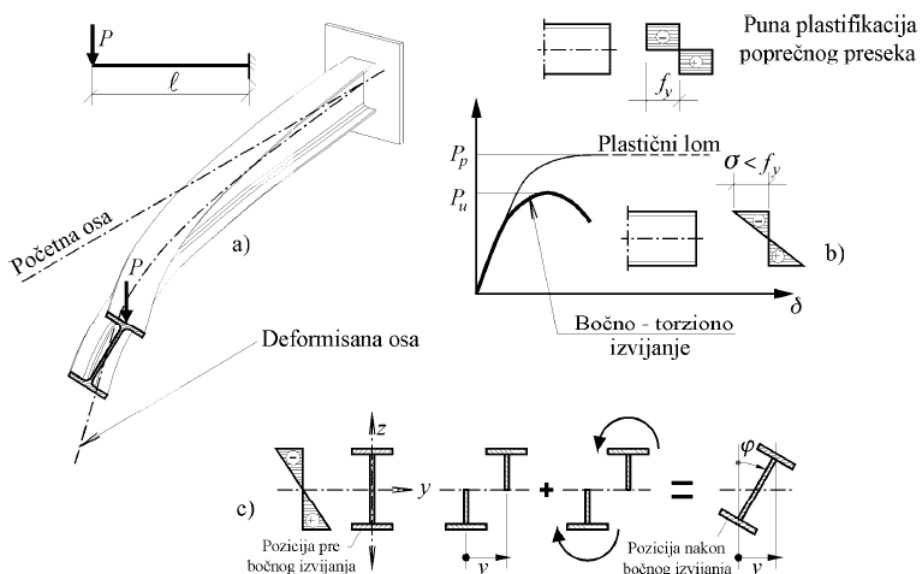
uporedni napon:
$$\sqrt{\sigma_{Ed,ser}^2 + 3\tau_{Ed,ser}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{m,ser}}$$

$\sigma_{Ed,ser}$ proračunska vrednost normalnog napona za SLS

$\tau_{Ed,ser}$ proračunska vrednost smičućeg napona za SLS

$\gamma_{M,ser}$ parcijalni koeficijent za SLS ($\gamma_{M,ser} = 1,0$);

64. Bočno-torziono izvijanje. Teorijske osnove



Problem je prvi analizirao Timošenko.

Linearno elastična teorija bočno-torzionog izvijanja.

Osnovne pretpostavke su:

- materijal idealno elastičan;
- nosač idealno prav (nema geometrijskih imperfekcija);
- sprečena je torziona rotacija na osloncima (viljuškasti oslonci);
- poprečni presek nosača je obostrano simetričan i konstantan duž raspona nosača (I presek);
- poprečni presek zadržava svoj oblik nakon deformacije;
- moment inercije I_z je mnogo manji od I_y ;
- deformacije su male ($\sin\varphi = \varphi$; $\cos\varphi = 1$);

65. Kritičan moment bocno-torzionog izvijanja (elementarni slučaj)

$$M_{cr} = \pi^2 \frac{EI_z}{L^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \quad \text{ili} \quad M_{cr} = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_z}{L^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2} \right)}$$

Dati izrazi važe za viljuškasto oslanjanje na krajevima i konstantan EI krutost na savijanje oko slabije ose dijagram momenata. Označava se i sa $M_{cr,E}$

EI_z krutost na savijanje oko slabije ose,

GI_t torziona krutost

I_w sektorski moment inercije,

L raspon nosača (razmak tačaka bočnog pridržavanja).

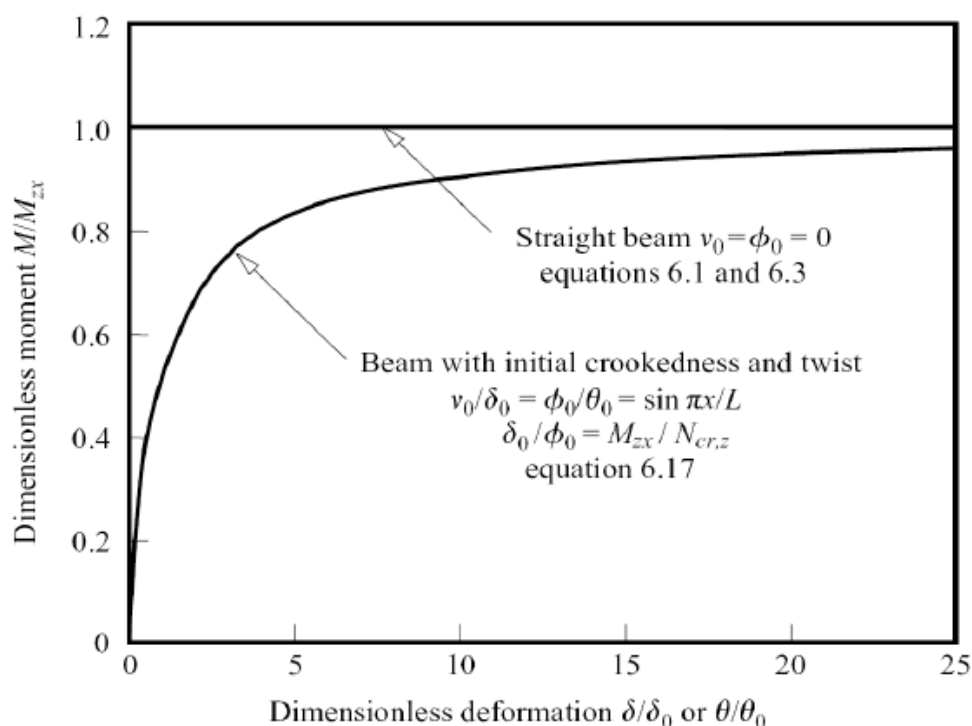
66. Faktori koji uticu na kritičan moment bocno-torzionog izvijanja

- Krutost nosača (I_t , I_z i I_w);
- Uslovi bočnog oslanjanja;
- Način naprezanja (oblik dijagrama momenata savijanja);
- Položaj poprečnog opterećenja u odnosu na centar smicanja poprečnog preseka;
- Oblik poprečnog preseka (simetričan ili monosimetričan);

67. Granicna nosivost nosaca na bocno torziono izvijanje. Uticaj imperfekcija

- Uticaj imperfekcija (zaostali naponi, početne geometrijske imperfekcije,...);
- Granična vrednost momenta nosivost (M_u) je manja od kritičnog momenta bočno-torzionog izvijanja (M_{cr}) ;
- Stvarno ponašanje nosača odstupa od bifurkacionog modela stabilnosti

Uticaj geometrijskih imperfekcija



68. Relativna vitkost na bocno torziona izvijanje

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{y,Rk}}{M_{cr}}}$$

M_{cr} kritični moment bočno-torzionog izvijanja;

$M_{y,Rk}$ karakterističan moment nosivosti poprečnog preseka;

$M_{y,Rk} = M_{y,pl}$ za preseke klase 1 i 2;

$M_{y,Rk} = M_{y,el}$ za preseke klase 3;

$M_{y,Rk} = M_{y,eff}$ za preseke klase 4.

69. Nosivost elementa na bocno torziona izvijanje. Opsta metoda

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1.0 \quad M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y f_y / \gamma_{m1}$$

$$W_y = \begin{cases} W_{pl} & \text{za klase 1 i 2} \\ W_{el,min,y} & \text{za klasu 3} \\ W_{eff,min,y} & \text{za klasu 4} \end{cases}$$

M_{Ed} proračunska vrednost momenta savijanja;

$M_{b,Rd}$ proračunska nosivost na bočno-torziono izvijanje;

χ_{LT} bezdimenzionalni koeficijent bočno-torzionog izvijanja;

W_y odgovarajući otporni moment;

f_y granica razvlačenja.

**Bezdimenzionalni koeficijent bočnotorzionog
izvijanja χ_{LT}**

Evrokod 3 daje dve alternative za proračun:

- **Opšta metoda** (za sve oblike preseka, daje konzervativnije vrednosti);
- **Metoda za standardne vrućevaljane profile** i ekvivalentne (obostrano simetrične) zavarene profile).

Opšta metoda

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT}^2 + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1$$

$$\Phi = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

α_{LT} koeficijent imperfekcije za bočno-torziono izvijanje

Oblik poprečnog preseka		Kriva izvijanja	α_{LT}
Vrućevaljani I preseci	$h/b \leq 2$	a	0,21
	$h/b \geq 2$	b	0,34
Zavareni I preseci	$h/b \leq 2$	c	0,49
	$h/b \geq 2$	d	0,76
Ostali poprečni preseci	-	d	0,76

70. Proracun nosivosti vruce valjanih I i H preseka na bocno-torziono izvijanje

Metoda za vrućevaljane profile

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT}^2 + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1$$

$$\Phi = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0.4 \quad \beta = 0.75$$

α_{LT} koeficijent imperfekcije za bočno-torziono izvijanje

Oblik poprečnog preseka		Kriva izvijanja	α_{LT}
Vrućevaljani I preseci	$h/b \leq 2$	<i>b</i>	0,34
	$h/b \geq 2$	<i>c</i>	0,49
Zavareni I preseci	$h/b \leq 2$	<i>c</i>	0,49
	$h/b \geq 2$	<i>d</i>	0,76

71. U kojim slučajevima ne treba da se kontrolise bocno-torziono izvijanje?

- Kod nosača koji su kontinualno, ili dovoljno često bočno pridržani u nivou pritiskute nožice;
- Kod nosača zatvorenih poprečnih preseka kružnog i kvadratnog poprečnog preseka;
- Kod poravougaonih šupljih profili kod kojih je odnos visina/širina preseka manji od 10 ($h/b < 10$), ili (prema Kaimu): $h/b < 10/\lambda_{nz}$; gde je λ_{nz} relativna vitkost na izvijanje oko slabije z-z ose;
- Bočno-torziono izvijanje nije merodavno kada je relativna vitkost manja od 0.4 kao i kada je:

$$M_{y,Ed}/M_{cr} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}^2 = 0.16$$

72. Mere za povećanje nosivosti nosaca na bocno-torziono izvijanje.

Problem bočno-torzionog izvijanja može se reši sledećim konstruktivnim merama:

- obezbeđenjem bočnog pridržavanja pritiskute nožice,
- progušćavanjem tačaka njenog bočnog pridržavanja,
- promenom oblika poprečnog preseka nosača, odnosno usvajanjem poprečnih preseka koji su manje osetljivi (HEA, HEB), ili neosetljivi na bočnotorziono izvijanje kao što su zatvoreni (sandučasti) poprečni preseci.

73. Razmak tacaka bocnog pridrzavanja. Uproscena metoda za kontrolu bocno-torzionog izvijanja.

Kod bočno pridržanih nosača u zgradarstvu bočno-torziono izvijanje ne treba proveravati kada je:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Rd}}$$

L_c razmak između susednih tačaka bočnog pridržavanja;

k_c koeficijent korekcije kojim se uzima u obzir oblik dijagrama momenata;

i_{f,z} poluprečnik inercije ekvivalentne pritisnute nožice;

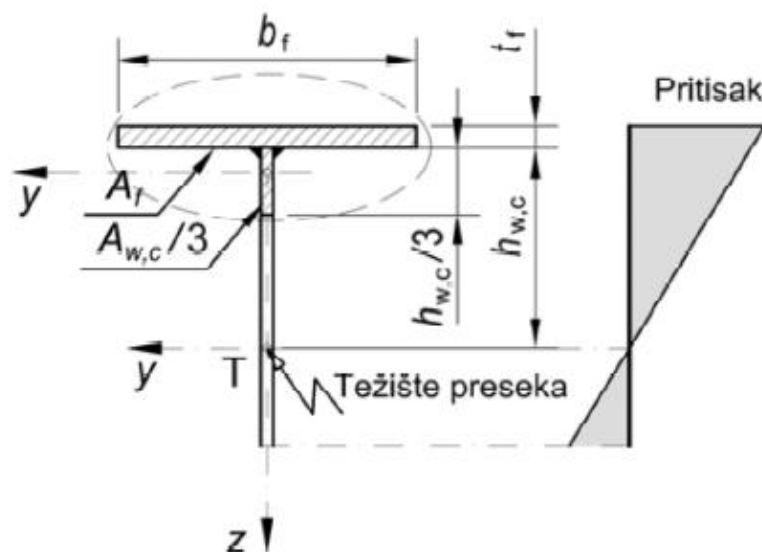
λ₁ vitkost na granici razvlačenja;

M_{y,Ed} maksimalna proračunska vrednost momenta savijanja između tačaka pridržavanja;

M_{c,Rd} proračunska nosivost poprečnog preseka na savijanje oko y-y ose;

$\bar{\lambda}_{c0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0.1 = 0.5$ granična relativna vitkost

Ekvivalentna pritisnuta nožica



$$i_{f,z} = \begin{cases} \frac{b_f}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{A_f}{A_f + A_{w,c}/3}} & \text{za preseke klase 1, 2 i 3} \\ \sqrt{\frac{I_{eff,f}}{A_{eff,f} + A_{eff,w,c}/3}} & \text{za preseke klase 4} \end{cases}$$

I_{eff,f} moment inercije efektivnog preseka pritisnute nožice oko z-z ose preseka

A_{eff,f} efektivna površina pritisnute nožice

A_{eff,w,c} efektivna površina pritisnutog dela rebra

Uprošćena metoda za mestimično bočno pridržane nosače u zgradarstvu

Kod bočno pridržanih nosača kod kojih razmak tačaka bočnog pridržavanja nije dovoljno mali, odnosno kada je relativna vitkost ekvivalentne pritisnute nožice veća od granične, moment nosivosti na bočno-torziono izvijanje može da se odredi kao:

$$M_{b,Rd} = k_{fl} \chi M_{c,Rd}$$

k_{fl} koeficijent modifikacije kojim se uzima u obzir konzervativan pristup postupka sa ekvivalentnom nožicom i koji može da biti definisan u Nacionalnom prilogi.

(Evrokod 3 preporučuje: **k_{fl}** = 1,10);

χ bezdimenzionalni koeficijent **izvijanja** ekvivalentne pritisnute nožice.

Koeficijent **k_{fl}** se određuje na osnovu relativne vitkosti ekvivalentne pritisnute nožice i odgovarajuće krive izvijanja:

- **kriva d** za zavarene preseke kod kojih je $h/t_f \leq 44\varepsilon$;

- **kriva c** za sve ostale preseke;

gde je **h** ukupna visina poprečnog preseka, a **t_f** debljina pritisnute nožice.

74. Nosivost poprečnog preseka na kombinovano dejstvo momenta savijanja i aksijalne sile

- Nosivost zavisi od klase poprečnog preseka;
- Kod preseka klase 1 i 2, pored pojedinačnih kontrola nosivosti poprečnih preseka na dejstvo aksijalne sile i momenta savijanja, u određenim slučajevima je neophodna i kontrola interakcije ovih naprezanja. Za proračun se koristi redukovani moment nosivosti;
- U slučaju preseka klase 3 i 4, kod kojih se nosivost određuje po teoriji elastičnosti, interakcija se svodi na kontrolu normalnog napona u najopterećenijem poprečnom preseku;
- Kod preseka klase 1, 2 i 3, ukoliko nema slabljenja rupama za spojna sredstva, proračun je isti za slučaj zatezanja i pritiska;
- U slučaju sile pritiska, kod preseka klase 4, neophodno je da se uzme u obzir efektivan poprečni presek;

Interakcija nosivosti za poprečne preseke klase 1 i 2

Kod standardnih vruće valjanih I i H profila i ekvivalentnih zavarenih profila u slučaju **savijanje oko jače y-y ose** kontrola interakcije nije potrebna kada su zadovoljena oba sledeća uslova:

$$N_{Ed} \leq 0.25N_{pl,Rd}$$

$$N_{Ed} \leq 0.5h_w t_w f_y / \gamma_{m0} = 0.5A_w f_y / \gamma_{m0}$$

U slučaju **savijanje oko slabije z-z ose** kontrola interakcije nije potrebna kada su zadovoljen uslov:

$$N_{Ed} \leq h_w t_w f_y / \gamma_{m0} = A_w f_y / \gamma_{m0}$$

75. Redukovani moment nosivosti poprečnog preseka M_{N,Rd}

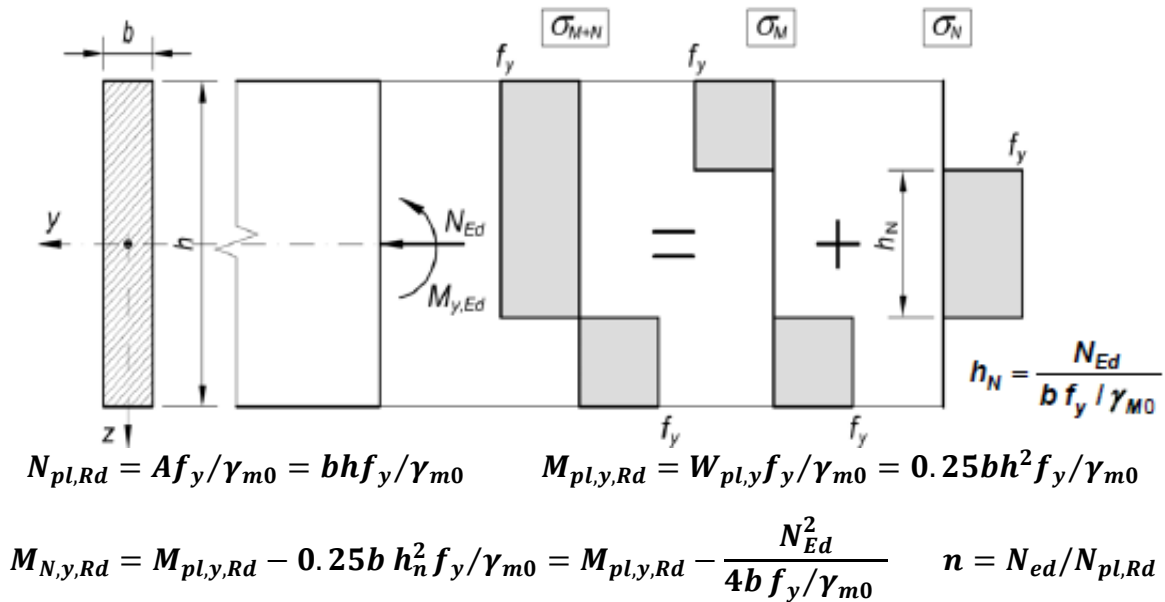
Proračun redukovanog momenta nosivosti zavisi od:

- oblika poprečnog preseka i
- ose oko koje se savijanje vrši (y-y ili z-z);

Kontrola nosivosti poprečnog preseka na interakciju momenta savijanja i aksijalne sile se vrši na osnovu sledećeg, opšteg uslova:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} \leq 1$$

76. Redukovani moment nosivosti $M_{N,Rd}$ pravougaonog poprečnog preseka

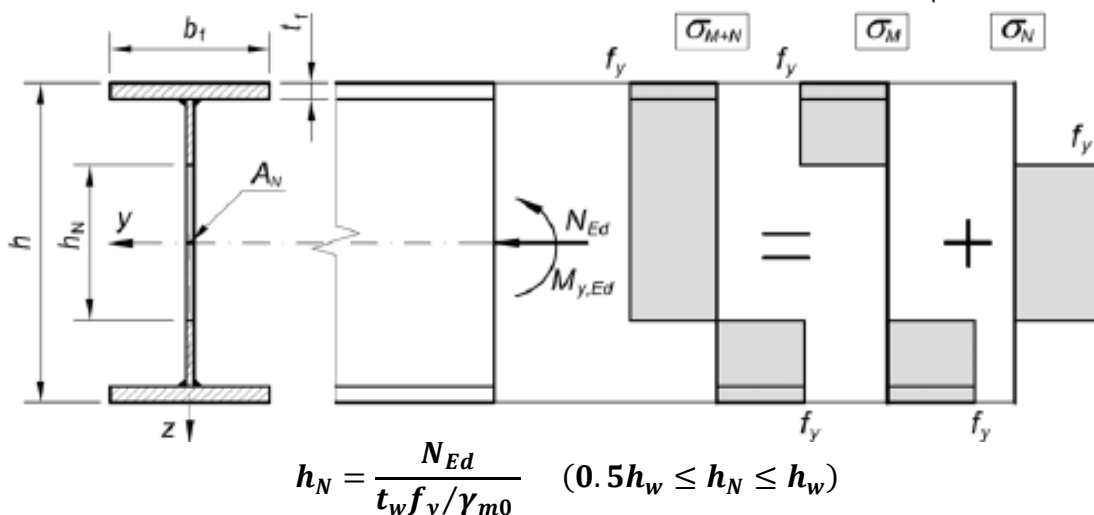


$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1 - n)^2$$

Dijagram normalnog napona pri potpunoj plastifikaciji poprečnog preseka usled dejstva momenta savijanja i aksijalne sile može da se razloži na deo koji potiče od momenta savijanja i deo, uz težište preseka, koji je posledica delovanja aksijalne sile. Iz uslova ravnoteže normalnih sila može da se odredi visina preseka h_n koja je neophodna da se prihvati celokupna proračunska vrednost aksijalne sile N_{Ed} . Preostali deo dijagrama normalnih napona suprotstavlja se momentu savijanja, a redukovani moment plastične nosivosti može da se odredi tako što se od momenta pune plastične nosivosti poprečnog preseka $M_{pl,y,Rd}$ oduzme moment nosivosti dela preseka visine h_n koji je "potrošen" prijem aksijalne sile. n je odnos proračunske vrednosti aksijalne sile i plastične nosivosti poprečnog preseka, koji predstavlja stepen iskorišćenja poprečnog preseka usled dejstva aksijalne sile.

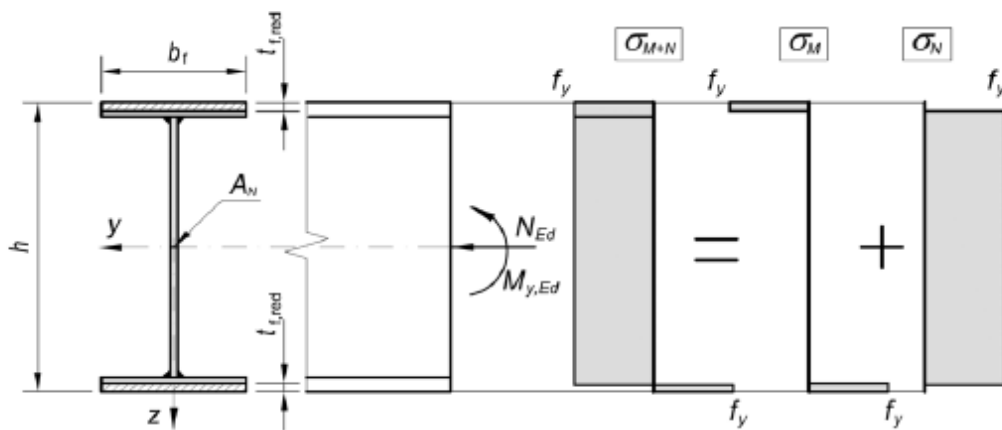
77. Redukovani moment nosivosti $M_{N,y,Rd}$ za I presek

Plastična neutralna osa u rebru I profila



$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} - 0.25 t_w h_n^2 f_y / \gamma_{M0} = M_{pl,y,Rd} - \frac{N_{Ed}^2}{4 t_w f_y / \gamma_{M0}}$$

Plastična neutralna osa u nožici I profila



$$A_N = \frac{N_{Ed}}{f_y/\gamma_{m0}} \geq A_w \quad A_M = A - A_N \quad t_{f,red} = \frac{A_M}{2b_f}$$

$$M_{N,y,Rd} = b_f t_{f,red} (h - t_{f,red}) f_y / \gamma_{m0}$$

Redukovani moment $M_{N,y,Rd}$ za I preseke prema EC3

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{1 - n}{1 - 0.5a} \leq M_{pl,y,Rd}$$

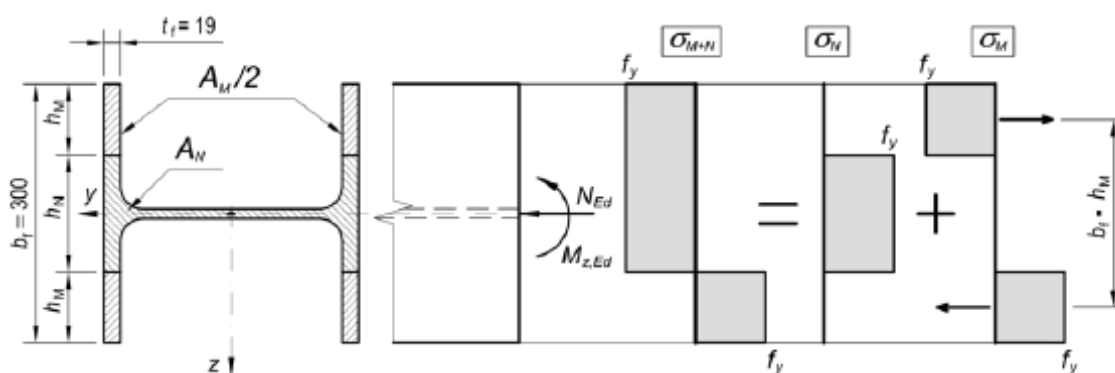
$$a = \frac{A - 2b_f t_f}{A} \leq 0.5$$

$$\boxed{M_{Ed,y} / M_{N,y,Rd} \leq 1}$$

a-udeo rebra u ukupnoj površini poprečnog preseka.

78. Redukovani moment nosivosti $M_{N,z,Rd}$ za I presek

Plastična neutralna osa u nožici I profila



$$A_N = \frac{N_{Ed}}{f_y/\gamma_{m0}} \quad A_M = A - A_N \quad h_M = \frac{A_M}{4t_f}$$

$$M_{N,z,Rd} = \frac{A_M}{2} (b_f - h_M) f_y / \gamma_{m0} = 2h_M t_f (b_f - h_M) f_y / \gamma_{m0}$$

$$M_{N,z,Rd} \begin{cases} M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n - a}{1 - a} \right)^2 \right] & \text{za } n > a \\ M_{pl,z,Rd} & \text{za } n < a \end{cases}$$

$$a = \frac{A - 2b_f t_f}{A} \leq 0.5$$

$$\boxed{M_{Ed,z} / M_{N,y,Rd} \leq 1}$$

79. Kontrola nosivosti poprečnog preseka na koso savijanje

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

- za I i H preseke $\alpha=2 \quad \beta=5n$ ali $\beta \geq 1$
- za šuplje profile pravougaonog preseka $\alpha=\beta=1.66/(1-1.13n^2) \leq 6$
- za šuplje profile kružnog preseka $\alpha=\beta=2$

Prethodni izraz može da se koristi i u odsustvu aksijalne sile. Umesto redukovanih momenata plastične nosivosti $M_{N,y,Rd}$ i $M_{N,z,Rd}$ koriste se momenti plastičnosti $M_{pl,y,Rd}$ i $M_{pl,z,Rd}$ a u izrazima za koeficijente α i β se usvaja da je $n=0$, pa je:

- za I i H preseke $\alpha=2 \quad \beta=1$
- za šuplje profile pravougaonog preseka $\alpha=\beta=1.66$
- za šuplje profile kružnog preseka $\alpha=\beta=2$

80. Kontrola interakcije savijanja i aksijalne sile kod poprečnih preseka klase 3 i 4

$$\sigma_{x,Ed} \leq f_{yd} = f_y / \gamma_{m0} \quad \text{opšti uslov}$$

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_y} + \frac{M_{z,Ed}}{W_z} \leq f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{m0}} \quad \text{klasa 3}$$

Za preseke klase 4 proračunska vrednost normalnog napona treba da se odredi na osnovu geometrijskih karakteristika efektivnog poprečnog preseka;

Pri tome treba uzeti u obzir dodatne momente savijanja usled eventualnog pomeranja težišta efektivnog poprečnog preseka: $\Delta M = N_c e_N$

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_{eff}} + \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_y}{W_{y,eff}} + \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_z}{W_{z,eff}} \leq f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{m0}} \quad \text{klasa 4}$$

81. Kontrola nosivosti ekscentrično zategnutih elemenata

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{t,Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_y} + \frac{M_{z,Ed}}{W_z} \leq f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{m0}}$$

U slučaju slabljenja preseka rupama za spojna sredstva:

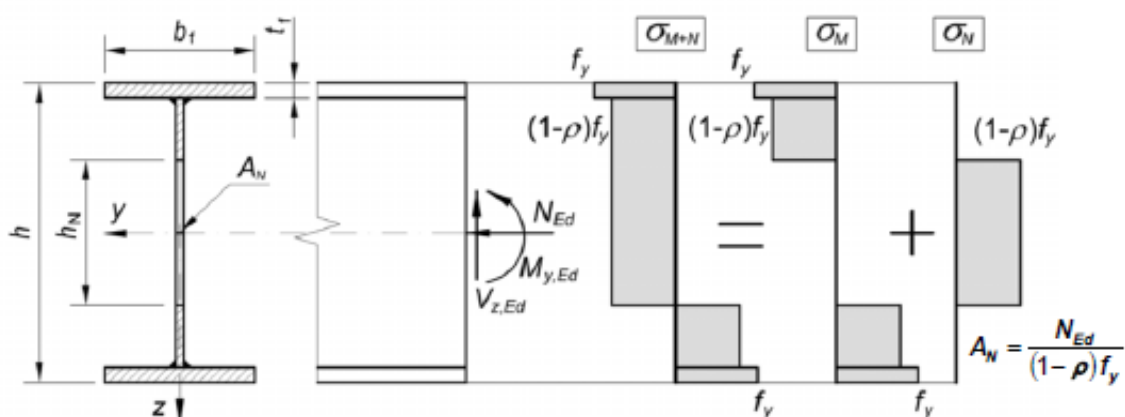
$$\frac{N_{t,Ed}}{N_{t,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

f_{yd} proračunska vrednost granice razvlačenja

82. Redukovani moment nosivosti $M_{N,V,y,Rd}$ za I presek

- Za kontrolu nosivosti poprečnih preseka klase 1 i 2 na interakciju savijanja, aksijalne sile i smicanja koristi se redukovani moment nosivosti $M_{N,V,Rd}$
- Interakcija treba da se sprovede kada su ispunjeni kriterijumi o neophodnosti pojedinačnih interakcija: savijanje + smicanje i savijanje + aksijalna sila.
- U EC3 nema eksplicitnih izraza za proračun redukovanog momenta nosivosti;
- Proračun redukovanog momenta treba da se sprovede na osnovu dijagrama normalnog napona pri potpunoj plastifikaciji preseka, uzimajući u obzir uticaje smicanja i aksijalne sile!

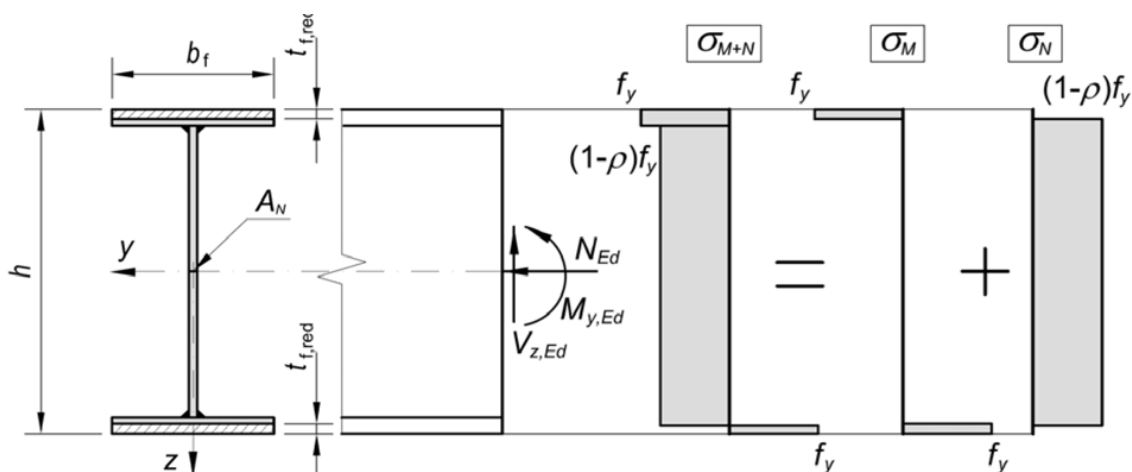
Neutralna osa u rebru I preseka



$$A_N < A_w \rightarrow h_N = \frac{N_{Ed}}{t_w(1-\rho)f_y} < h_w \rightarrow M_{N,V,y,Rd} = M_{V,y,Rd} - \frac{t_w h_N^2 f_y}{4\gamma_{m0}}$$

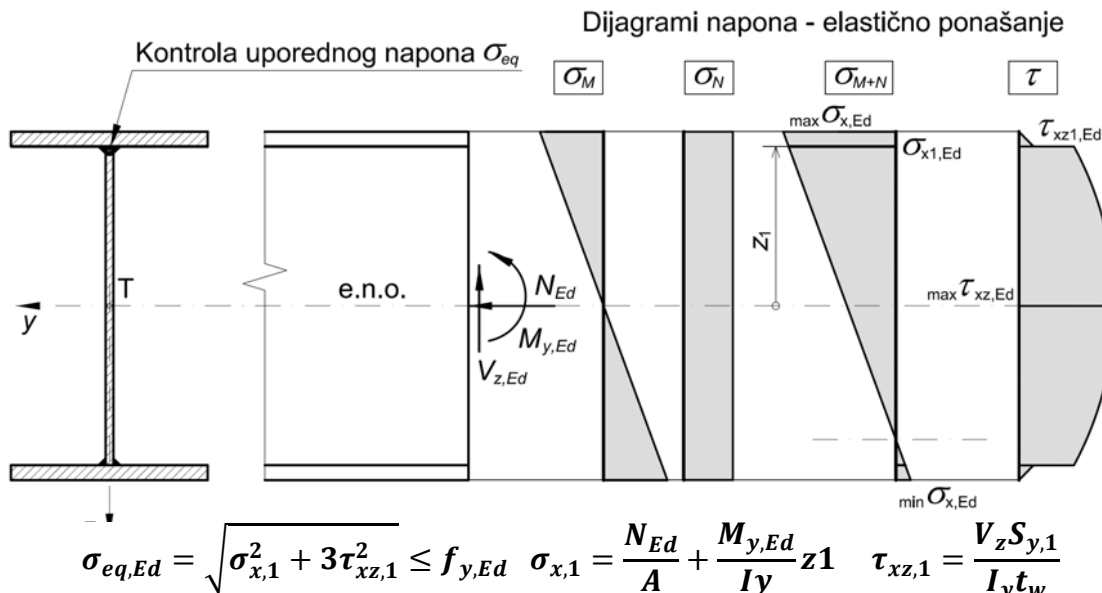
$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,V,y,Rd}} \leq 1$$

Neutralna osa u nožici I preseka



$$A_N > A_w \rightarrow t_{f,red} = t_f - \frac{A_N - A_w}{2b_f} \rightarrow M_{N,V,y,Rd} = b_f t_{f,red} (h - t_{f,red}) \frac{f_y}{\gamma_{m0}}$$

83. Kontrola interakcije savijanja, aksijalne i smičuće sile kod poprečnih preseka klase 3 i 4



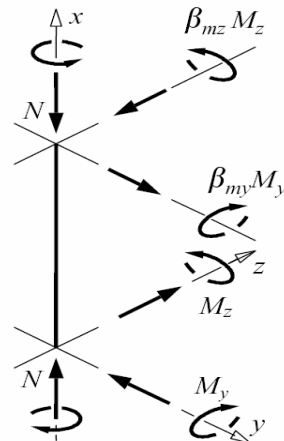
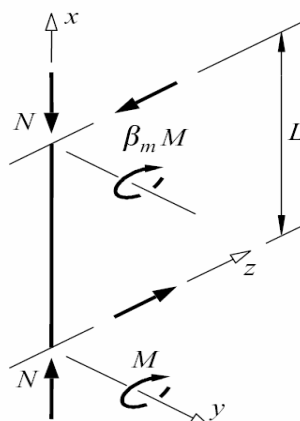
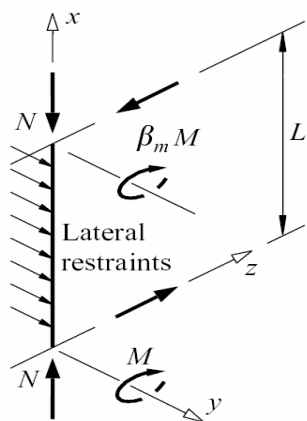
Kod preseka klase 4 normalne napone u rebro I preseka treba odrediti na osnovu karakteristika efektivnog poprečnog preseka;

84. Izvijanje ekscentrično pritisnutih elemenata. Teorijske osnove

- Kompleksan problem interakcije izvijanja (fleksionog i torzionog) i bočno-torzionog izvijanja;
- Razlika u ponašanju elemenata sa torziona osetljivim i torziona neosetljivim poprečnim presecima;
- Savijanje može da bude samo oko jače y-y ose ili i oko slabije z-z ose;

Razlikuju se tri slučaja:

- problem izvijanja elementa **u ravni savijanja**: $N+Mz$ ili $N+My$ (kada je sprečeno bočno pomeranje);
- problem izvijanja elementa **izvan ravni savijanja**: $N+My$ (izvijanje oko slabije z-z ose i bočno-torziono izvijanje)
- opšti slučaj **prostornog izvijanja**: $N+My+Mz$



Izvijanje u ravni savijanja:

savijanje oko slabije ose;

savijanje oko jače ose kada je sprečeno bočno pomeranje.

Izvijanje izvan ravni savijanja:

savijanje oko jače ose kada nije sprečeno bočno-torziono izvijanje.

Opšti slučaj: savijanje oko obe ose

85. Kontrola izvijanja ekscentrično pritisnutih elemenata prema EC3. Opšti slučaj

Sledeća dva uslova moraju da budu ispunjena:

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}}}{\gamma_{m1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1$$

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}}}{\gamma_{m1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1$$

$N_{Ed}, M_{y,Ed}, M_{z,Ed}$

$\Delta M_{y,Ed}, \Delta M_{z,Ed}$

χ_y, χ_z

χ_{LT}

$k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$ koeficijenti interakcije

proračunske vrednosti sile pritiska i momenata

momeni usled pomeranja težišta kod poprečnih preseka klase 4

koeficijenti redukcije usled fleksionog izvijanja

koeficijenti redukcije usled bočno-torzionog izvijanja

Prethodne intrakcione formule su opšteg karaktera i mogu da se koriste za bilo koji klasu preseka, kao i za torziono osetljive i neosetljive poprečne preseke i savijanje oko obe glavne ose inercije!

$$N_{Rk} = f_y A_i \quad M_{i,Rk} = f_y W_i$$

klasa	1	2	3	4
A_i	A	A	A	A _{eff}
W_y	W _{pl,y}	W _{pl,y}	W _{el,y}	W _{eff,y}
W_z	W _{pl,z}	W _{pl,z}	W _{el,z}	W _{eff,z}
ΔM_{z,Ed}	0	0	0	eN _y *N _{ed}
ΔM_{y,Ed}	0	0	0	eN _z *N _{ed}

86. Kontrola izvijanja ekscentrično pritisnutih elemenata (N+My) poprečnih preseka klase 1 i 2

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,y,Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,z,Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

$$N_{b,y,Rd} = \frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{m1}} \quad N_{b,z,Rd} = \frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{m1}} \quad M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} M_{y,Rk}}{\gamma_{m1}}$$

Ako poprečni presek elementa nije torziono osetljiv, ili ako je sprečeno bočno-torziono izvijanje ($\chi_{LT}=1,0$), onda se umesto nosivosti elementa na bočno-torziono izvijanje $M_{b,Rd}$ u izrazima koristi nosivost poprečnog preseka na savijanje $M_{y,Rd}$:

$$M_{y,Rd} = W_{y,pl} f_y / \gamma_{m0}$$

87. Kontrola izvijanja ekscentrično pritisnutih elemenata (N+My) poprečnih preseka klase 3

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,y,Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,z,Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

$$N_{b,y,Rd} = \frac{\chi_y A f_y}{\gamma_{m1}} \quad N_{b,z,Rd} = \frac{\chi_z A f_y}{\gamma_{m1}} \quad M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_{y,el}}{\gamma_{m1}}$$

Ako poprečni presek elementa nije torziono osetljiv, ili ako je sprečeno bočno-torziono izvijanje ($\chi_{LT}=1,0$), onda se umesto nosivosti elementa na bočno-torziono izvijanje $M_{b,Rd}$ u izrazima koristi nosivost poprečnog preseka na savijanje $M_{y,Rd}$:

$$M_{y,Rd} = W_{y,el} f_y / \gamma_{m0}$$

88. Kontrola izvijanja ekscentrično pritisnutih elemenata (N+My) poprečnih preseka klase 4

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y A_{eff} f_y}{\gamma_{m1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{W_{y,eff} f_y}{\gamma_{m1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z A_{eff} f_y}{\gamma_{m1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{W_{y,eff} f_y}{\gamma_{m1}}} \leq 1$$

Ako poprečni presek elementa nije torziono osetljiv, ili ako je sprečeno bočno-torziono izvijanje, onda treba usvojiti da je: $\chi_{LT}=1,0$.

Kada nema pomeranja težišta efektivnog poprečnog preseka A_{eff} u odnosu na bruto presek (u slučaju obostrano simetričnih preseka), dodatni momenat savijanja je: $\Delta M_{y,Ed} = 0$.

89. Koeficijenti interakcije k_{ij} za ekscentrično pritisnute elemente

- Koeficijenti interakcije k_{ij} mogu alternativno da se odrede na dva načina, prema **Prilogu A** (Metoda 1), ili **Prilogu B** (Metoda 2) SRPS EN1993-1-1.
- **Prilog A** je detaljniji, precizniji, kompleksniji i komplikovaniji za primenu (razvijen od strane francuskih i belgijskih istraživača), Prilog A mora da se primenjuje za sve oblike poprečnih preseka koji nisu obuhvaćeni Prilogom B, kao što su na primer U profili i monosimetrični I preseci.
- **Prilog B** je jednostavniji za primenu (nemački i austrijski istraživači);
- Nacionalni prilog zemalja članica, definiše primenu ovih priloga.
- SRPS EN 1993-1-1/NA dozvoljava primenu oba priloga.

Proračun prema Prilogu B

– Postupak proračuna je različit za elemente koji su **osetljivi na torzione deformacije** i bočno-torziono izvijanje ($\chi_{LT} < 1,0$) i one koji su **neosetljivi na torzione deformacije** (kod kojih je sprečeno bočno pomeranje, ili je oblik preseka neosetljiv na torziju - $\chi_{LT} = 1,0$);

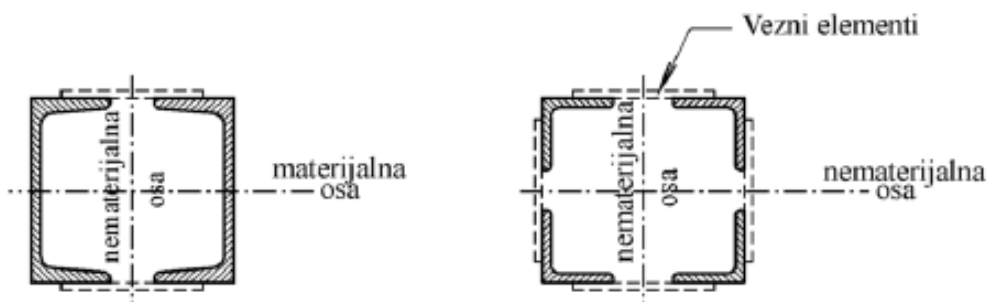
- Izrazi za koeficijente k_{ij} se razlikuju za elemente koji su osetljivi i za elemente koji su neosetljivi na torzione deformacije;
- Takođe postoje razlike u izrazima u funkciji oblika poprečnog preseka.

90. Aksijalno pritisnuti elementi višedelnog poprečnog preseka. Opšte

- Poprečni presek se sastoji od više samostalnih elemenata koji su mestimično povezani;
- Razmicanjem samostalnih elemenata povećavaju se geometrijske karakteristike poprečnog preseka;
- Racionalnost u pogledu utrošenog materijala;
- Više rada za izradu višedelnog štapa;
- Jedna od glavnih osa inercije je nematerijalna!
- Drugačije ponašanje u odnosu na jednodelne štapove;

Definicije glavnih osa

- **Materijalna osa** je glavna osa inercije poprečnog preseka koja preseca bar jedan samostalni element;
- **Nematerijalna osa** je glavna osa inercije koja ne preseca ni jedan samostalni element;
- Višedelni štapa uvek ima bar jednu nematerijalnu osu inercije;

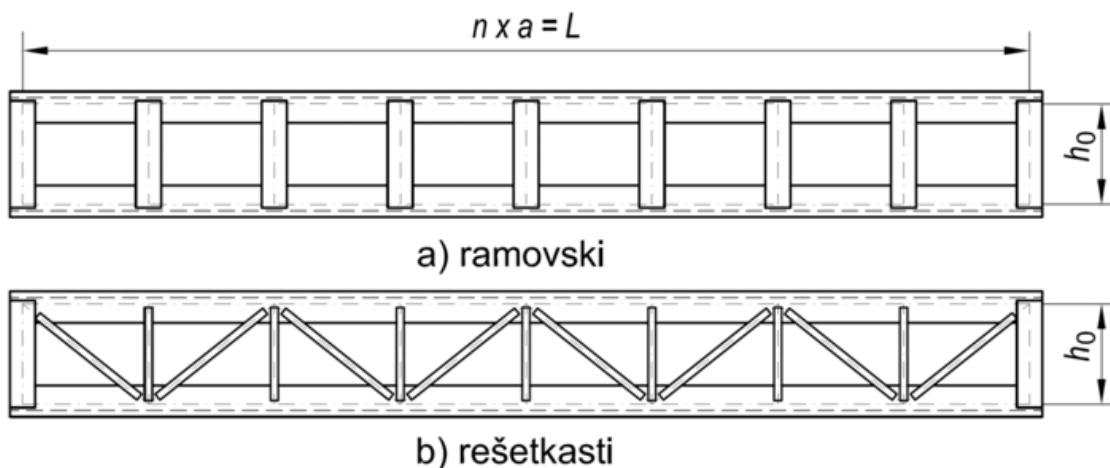


Presekek sa jednom materijalnom i jednom nematerijalnom osom

Presek sa dve nematerijalne ose

Tipovi višedelnih štapova

- Samostalni elementi su međusobno povezani veznim elementima na određenom ekvidistantnom rastojanju ($a=const$);
- U zavisnosti od oblika i vrste veznih elemenata razlikuju se dva tipa višedelnih štapova: **ramovski i rešetkasti**;
- Kod ramovskog tipa vezni elementi su prečke, a kod rešetkastih dijagonale i vertikale.
- Prečke se obavezno postavljaju na krajevima elementa i bar u trećinama dužine!



91. Kritična sila izvijanja višedelnog štapova oko nematerijalne ose

- Ne postoji element poprečnog preseka (rebro) koji prihvata dominantan deo smičućih napona;
- Uticaj smičućih sila na deformaciju štapova ne može se zanemariti;
- U diferencijalnu jednačinu izvijanja treba uvrstiti i deo deformacije usled smičućih napona;

$$v = v_M + v_V$$

v_M ugib usled momenta savijanja,

v_V ugib usled transverzalne (smičuće) sile,

$$S_V = \frac{V}{\gamma} \text{ krutost veznih elemenata}$$

$$N_{cr,V} = \frac{1}{\frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_V}} = \pi^2 \frac{EI}{L^2 \left(1 + \frac{N_{cr}}{S_V}\right)} = \frac{\pi^2 EI}{L_V^2}$$

$$L_V^2 = L^2 \left(1 + \frac{N_{cr}}{S_V}\right) \text{ modifikovana dužina štapova}$$

Kod jednodelnih štapova S_V teži beskonačnosti, pa prethodni izrazi dobijaju poznati oblik za jednodelne štapove!

92. Kontrole nosivosti kod višedelnog štapova ramovskog tipa

- Kontrola nosivosti na izvijanje oko materijalne ose (ako postoji);
- Kontrola nosivosti na izvijanje oko nematerijalne ose;
- Kontrola nosivosti samostalnog elementa (pojasa) u sredini (M_{max})
- Kontrola nosivosti samostalnog elementa (pojasa) u krajnjem polju (V_{max})
- Kontrola nosivosti veznih elemenata – prečki

93. Kontrole nosivosti kod višedelnog štapa rešetkastog tipa

- Kontrola nosivosti na izvijanje oko materijalne ose (ako postoji);
- Kontrola nosivosti na izvijanje oko nematerijalne ose;
- Kontrola nosivosti samostalnog elementa (pojasa) u sredini
- Kontrola nosivosti veznih elemenata – prečki

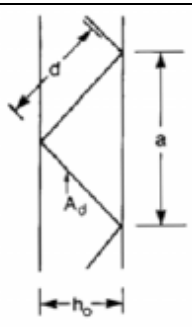
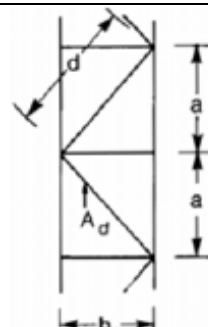
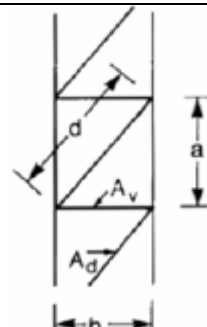
94. Proračun nosivosti na izvijanje višedelnog štapa oko nematerijalne ose

Proračun nosivosti na izvijanje oko materijalne ose (nije pitanje u spisku pitanja)

- Sprovodi se uvek ako postoji materijalna osa;
- Proračun se sprovodi u svemu kao i kod elemenata konstantnog jednodelnog poprečnog preseka;
- Za višedelne elemente od dva unakrsno postavljena L profila, sa veznim limovima u dve ortogonalne ravni, proračun nosivosti na izvijanje može da se sprovede kao za jednodelne preseke, ako je rastojanje veznih elemenata manje od $70i_{min}$ gde je i_{min} minimalni poluprečnik inercije samostalnog elementa;
- Za višedelne elemente od dva blisko postavljena L ili U profila proračun nosivosti na izvijanje može da se sprovede kao za jednodelne preseke, ako je rastojanje veznih elemenata manje od $15i_{min}$

Proračun stabilnosti na izvijanje oko nematerijalne ose

1. Proračun krutosti na smicanje S_v ;
2. Proračun kritične sile N_{cr}, V ;
3. Proračun ekvivalentne relativne vitkosti;
4. Sa ovako sračunatom relativnom vitkošću proračun nosivosti na izvijanje se sprovodi isto kao i kod elemenata konstantnog jednodelnog preseka!

Krutost na smicanje S_v višedelnih elemenata rešetkastog tipa			
Sistem			
S_v	$\frac{nEA_d a h_0^2}{2d^3}$	$\frac{nEA_d a h_0^2}{d^3}$	$\frac{nEA_d a h_0^2}{d^3 \left[1 + \frac{A_d h_0}{A_v d^3} \right]}$
Krutost na smicanje S_v višedelnih elemenata ramovskog tipa			
$S_v = \frac{24EI_{ch}}{a^2 \left[1 + \frac{2I_{ch} h_0}{nI_b a} \right]} \leq \frac{2\pi^2 EI_{ch}}{a^2}$			

n-broj ravni ispune.

d-dužina dijagonale.

h_0 -rastojanje između težišta samostalnih elemenata.

A_d -površina poprečnog preseka dijagonale.

A_v - površina poprečnog preseka vertikale.

Ich-moment inercije samostalnog elementa u ravni višedelnog elementa.
Ib-moment inercije prečke u ravni višedelnog elementa.

Proračun kritične sile izvijanja $N_{cr,V}$

$$N_{cr,V} = \frac{1}{\frac{1}{N_c} + \frac{1}{S_V}} = \frac{N_{cr}}{1 + \frac{N_{cr}}{S_V}}$$

SV krutost veznih limova na smicanje;

Ncr Ojlerova kritična sila za jednodelan štap sa efektivnim momentom inercije **Ieff**;

Efektivni moment inercije višedelnog štapa - Ieff	
rešetkasti tip	$I_{eff} = 0.5h_0^2 A_{ch}$
Ramovski tip	$I_{eff} = 0.5h_0^2 A_{ch} + 2\mu I_{ch}$
<p>Ach površina samostalnog elementa (pojasa) h0 rastojanje između težišnih osa samostalnih elemenata Ich moment inercije samostalnog elementa u ravni višedelnog elementa μ koeficijent efikasnost</p>	
koeficijent efikasnosti - μ	
$\lambda \geq 150$	0
$75 \leq \lambda < 150$	$\mu = 2 - \lambda/150$
$\lambda < 75$	1
$\lambda = \frac{L}{i_0} \quad i_0 = \sqrt{\frac{I_1}{2A_{ch}}} \quad I_1 = I_{eff} = 0.5h_0^2 A_{ch} + 2I_{ch}$	

Ekvivalentna relativna vitkost višedelnog štapa

$$\bar{\lambda}_{z,eq} = \sqrt{N_{Rk}/N_{cr,V}}$$

$N_{Rk} = Af_y$ za preseke klase 1,2 i 3

$N_{Rk} = A_{eff}f_y$ za klasu 4

NRk karakteristična nosivost poprečnog preseka,

Ncr,V kritična sila izvijanja oko nematerijalne ose.

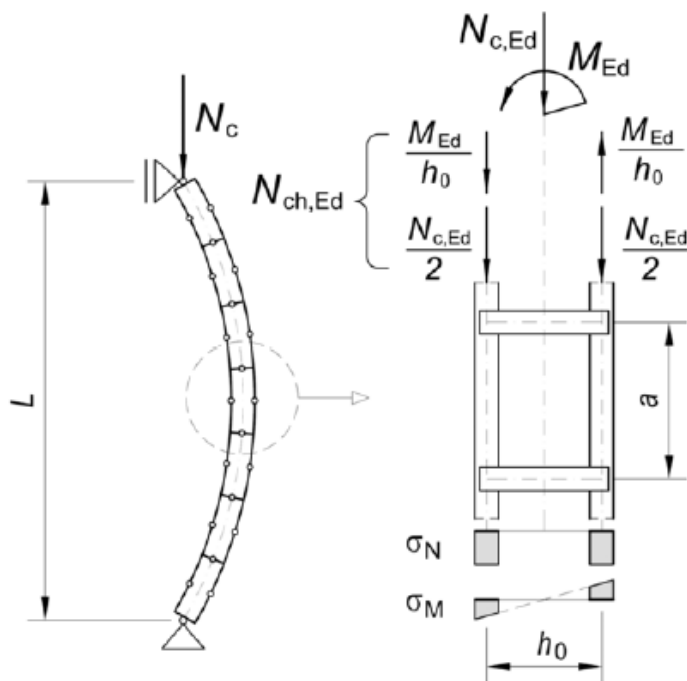
95. Kontrola nosivosti samostalnog elementa u sredini višedelnog štapa

Nosivost samostalnog lementa u sredini , odnosno na mestu maksimalnog momenta drugog reda, bez obzira da li se radi o višedelnim elementima ramovskog ili rešetkastog tima, je yadovoljena ako je ispunjen sledeći uslov:

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{ch,b,Rd}} \leq 1$$

$N_{ch,Ed}$ proračunska vrednost sile pritiska u samostalnom elementu u sredini, odnosno mestu maksimalnog momenta savijanja

$N_{ch,b,Rd}$ proračunska nosivost na izvijanje samostalnog elementa



Sila u pojasu dvodelnog štapa

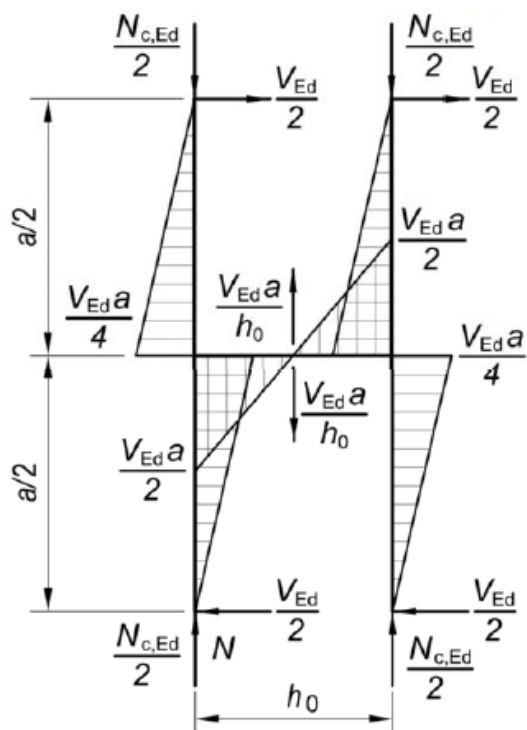
$$N_{ch,Ed} = \frac{N_{c,Ed}}{2} + \frac{M_{Ed} h_0}{2I_{eff}} A_{ch}$$

Moment savijanja u sredini štapa

$$M_{Ed} = N_{ed} \delta_{tot} = \frac{N_{c,Ed} \delta_0}{1 - \frac{N_{c,Ed}}{N_{cr,V}}}$$

$$\delta_0 = e_0 = L/500$$

96. Kontrola nosivosti samostalnog elementa na kraju višedelnog štapa ramovskog tipa



Pojas višedelnog štapa ramovskog tipa je opterećen sledećim uticajima:

Aksijalna sila pritiska:

$$N_{ch,Ed} = \frac{N_{c,Ed}}{2}$$

Moment savijanja:

$$M_{ch,Ed} = \frac{V_{Ed} a}{4}$$

Smičuća sila:

$$V_{ch,Ed} = \frac{\pi M_{Ed}}{2L}$$

Kontrola nosivosti pojasa se sprovodi prema pravilima za ekscentrično pritisnute elemente u zavisnosti od klase poprečnog preseka.

97. Kontrola nosivosti veznih limova kod višedelnih štapova ramovskog i rešetkastog tipa

- Proračun se razlikuje za štapove ramovskog i rešetkastog tipa;
- Kod rešetkastog tipa vezni limovi su aksijalno opterećeni, a kod ramovskog tipa su opterećeni na savijanje
- Vezni limovi se uvek postavljaju na krajevima štapa;
- Postavljaju se uvek na istom rastojanju (ekvidistantno);
- Vezni limovi se postavljaju minimum u trećinama raspona;
- Kod višedelnih štapova kod kojih je razmak samostalnih elemenata jednak debljini čvornog (veznog) lima postavljaju se vezice; Kod ovakvih štapova proverava se samo da li veza može da prenese odgovarajuću silu smicanja;

Kontrola nosivosti štapova ispune kod rešetkastih višedelnih elemenata

Maksimalna sila u dijagonali ispune:

$$N_{d,Ed} = \frac{V_{Ed} d}{n h_0}$$

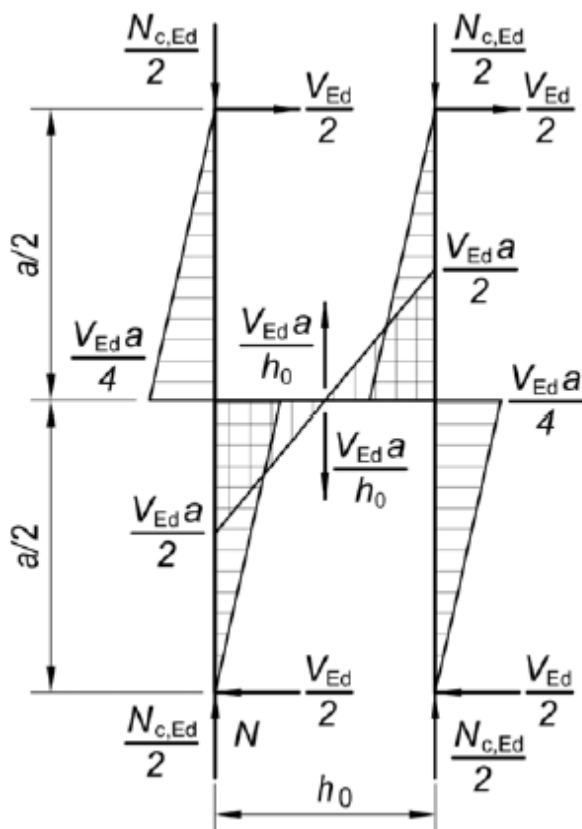
n broj paralelnih ravni u kojima se nalazi rešetkasta ispuna
 d dužina dijagonale
 h_0 rastojanje između težišta pojasnih štapova

Kontrola nosivosti ispune se vrši kao kod pritisnutih štapova konstantnog jednodelnog preseka, prema izrazu:

$$\frac{N_{d,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1.0$$

$N_{b,Rd}$ nosivost dijagonale na izvijanje (dužina izvijanja je jednaka dužini dijagonale).

Kontrola nosivosti prečki kod višedelnih elemenata ramovskog tipa



- Prečke su opterećene na savijanje jer se višedelni štap ponaša kao Virendel nosač;
- Maksimalni uticaji javljaju se ukrajnjim poljima gde je najveća smičuća sila;
- Kod dvodelnog elementa prečke su opterećene sledećim uticajima:

$$V_{b,Ed} = V_{Ed} \frac{a}{h_0}$$

$$M_{b,Ed} = V_{Ed} \frac{a}{2}$$

$$V_{Ed} = M_{Ed} \frac{\pi}{L}$$

- Veze prečki sa pojasevima treba takođe da prenesu ove uticaje!