Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања

Студент: Jelena Grozdanović
239/10

Први тест

1. Задатак број

Поставка задатка:

$\min z = -4x_1 + x_2$

(1) $x_1 + x_2 \geq 2$

(2) $2x_1 + 3x_2 \leq 18$

(3) $3x_1 - 2x_2 = 1$

$\max(-z) = 4x_1 - x_2$

$-x_1 - x_2 \leq -2$

$2x_1 + 3x_2 \leq 18$

$3x_1 - 2x_2 = 1$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

Решење:

$2x_1 + 3x_2 = 18 \quad (-3)$

$3x_1 - 2x_2 = 1 \quad (2)$

$-13x_2 = -52$

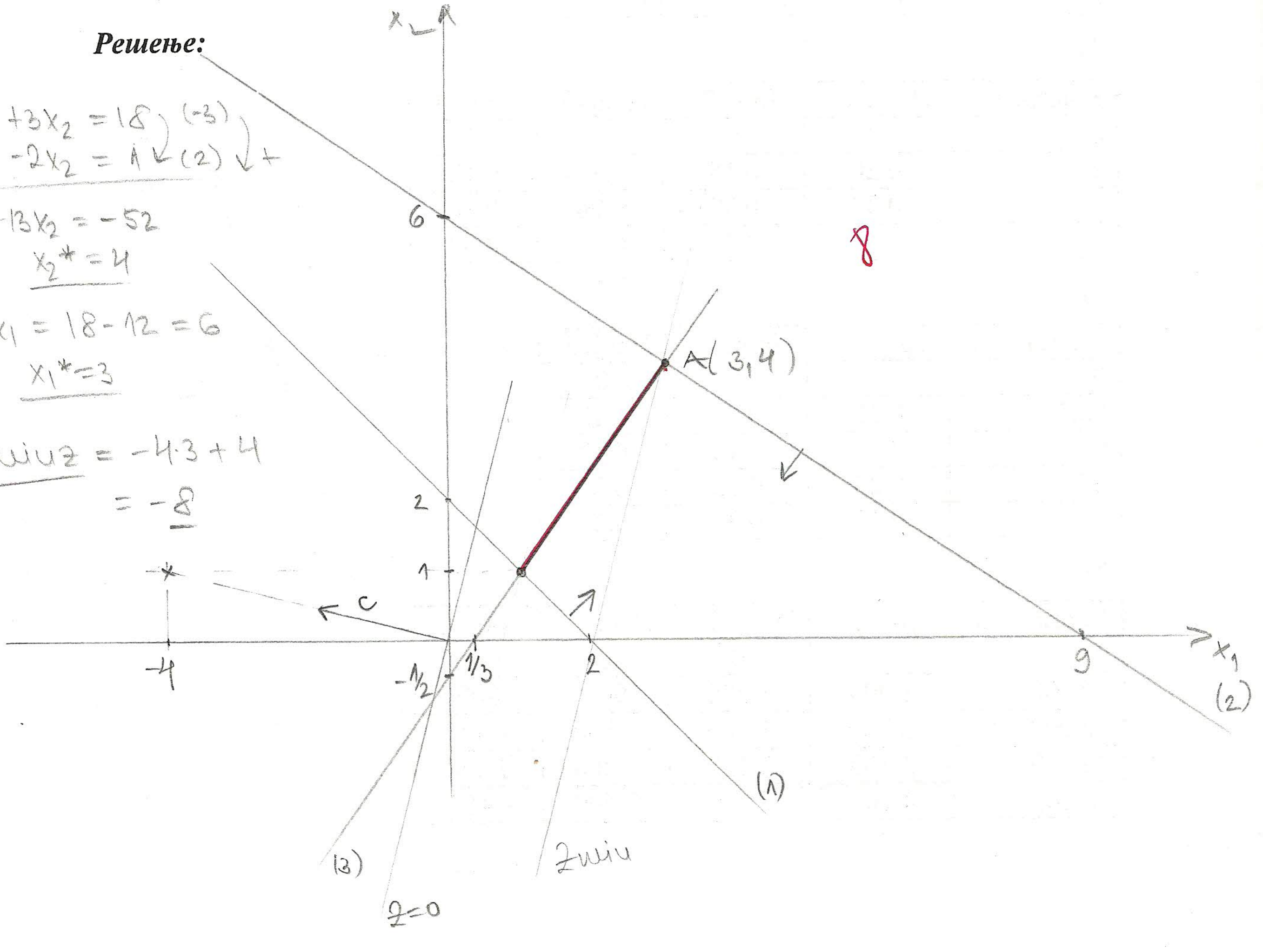
$x_2^* = 4$

$2x_1 = 18 - 12 = 6$

$x_1^* = 3$

$\min z = -4 \cdot 3 + 4 = -8$

8



$p=1$

	$-x_1$	$-x_2$	b_i
u_1	-1	-1	-2
u_2	2	3	18
u_3	3	-2	1
z	4	-1	0

$p=2$

	$-u_3$	$-x_2$	b_i	θ_i
u_1		$-5/3$	$-5/3$	/
u_2		$13/3$	$52/3$	4
x_1		$-2/3$	$1/3$	/
z		$5/3$	$-4/3$	

u_3 мора бити нула!

$p=3$

	$-u_2$	b_i
u_1	$5/13$	5
x_2	$3/13$	4
x_1	$2/13$	3
z	$-5/13$	-8

$x_1^* = 3$
$x_2^* = 4$

$u_1 = 5 \quad u_2 = u_3 = 0$

$\min z = -8$

10

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања   Студент: Jelena Grozdanović
239/10

2. Задатак број

Поставка задатка:

$$\max z = 2x_1 + 3x_2$$
$$x_1 + x_2 \geq 2$$
$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

$$\max z = 2x_1 + 3x_2$$
$$-x_1 - x_2 \leq -2$$
$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

Решење:

1) p=1

	$-x_1$	$-x_2$	b_i
u_1	-1	-1	-2
u_2	2	3	18
$-z$	2	3	0

p=2

	$-u_1$	$-x_2$	b_i	θ_i
x_1	-1	1	2	/
u_2	2	1	14	7
$-z$	2	1	-4	

p=3

	$-u_2$	$-x_2$	b_i	
x_1	1/2	3/2	9	$v_1=0$
u_1	1/2	1/2	7	$y_1=0$
$-z$	-1	0	-18	
	$-y_2=-1$	$v_2=0$		

1) $x_1^* = 9$ $x_2^* = 0$ 2) $x_1^* = 0$ $x_2^* = 6$

$u_1 = 7$ $u_2 = 0$ $\max z = 18$

$\max z = 18$

$y_i \cdot u_i = 0$

$x_j \cdot v_j = 0$

дуални проблем:

$$\min w = -2y_1 + 18y_2$$
$$-y_1 + 2y_2 \geq 2$$
$$-y_1 + 3y_2 \geq 3 \quad y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$$

$v_1 = 0$ $y_1^* = 0$ $\min w = 18$

$v_2 = 0$ $y_2^* = 1$

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања

Студент: Јелена Гроздановић
239/10

Други тест

1. Задатак број

Поставка задатка:

ФБ \ Г	$b_1=180$	$b_2=80$	$b_3=70$	$b_4=90$
$a_1=110$	11	9	8	13
$a_2=80$	15	11	10	12
$a_3=100$	14	11	15	14
$a_4=130$	9	18	10	17

Решење:

– услови ограничења који се односе на капацитете фабрике:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=110$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=80$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=100$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=130$$

– услови ограничења који се односе на потребе градилишта:

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=180$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=80$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=70$$
$$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=90$$

– укупан број услова ограничења је $m+n=8$
– максималан број ћелија које треба ангажовати је $m+n-1=7$

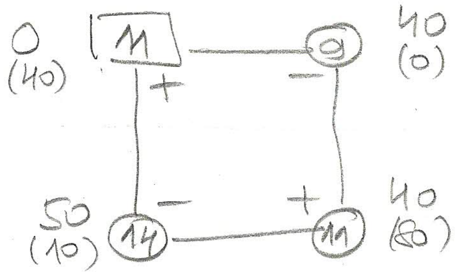
13

(1)

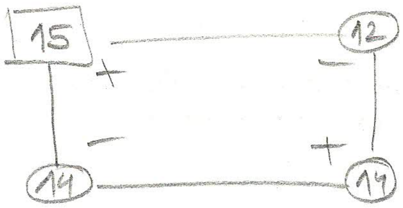
	180	80	70	90
110	(11) ~~110~~ — [1]	(9) 40	(8) 70	(13) — [1]
80	(15) — [3]	(11) [2]	(10) — [2]	(12) 80
100	(14) 50	(11) 40	(15) [5]	(14) 10
130	(9) 130	(13) — [12]	(10) [5]	(17) — [8]

$$Z_p = 40\cdot 9 + 8\cdot 70 + 12\cdot 80 + 14\cdot 10 + 11\cdot 40 + 14\cdot 50$$
$$+ 9\cdot 130 = \underline{4330}$$

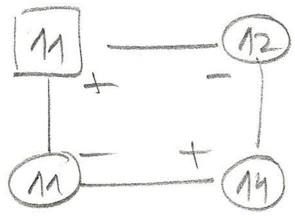
2)



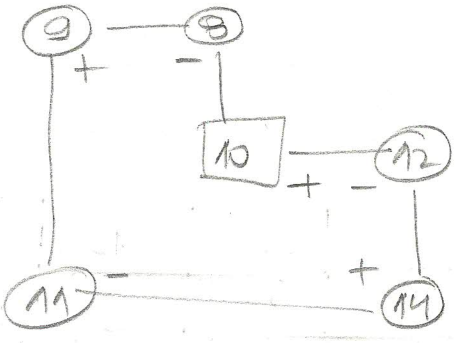
$K_{11} = 11 - 14 + 11 - 9 = -1$



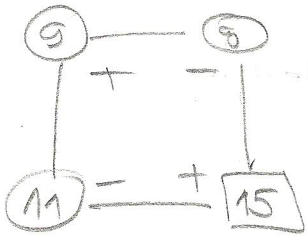
$K_{21} = 15 - \cancel{14} + \cancel{14} - 12 = 3$



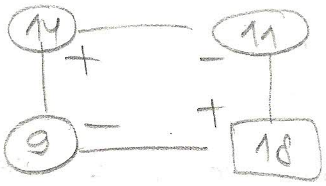
$K_{22} = \cancel{11 - 11} + 14 - 12 = 2$



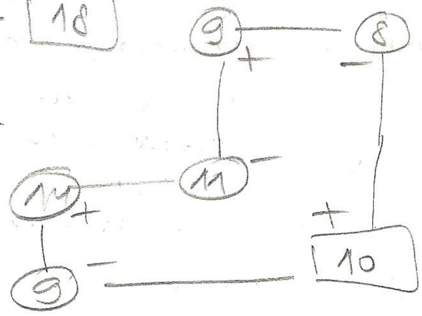
$K_{23} = 10 - 12 + 14 - 11 + 9 - 8 = 2$



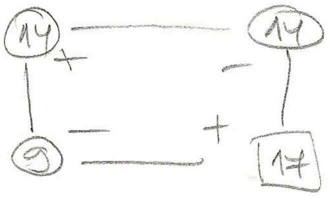
$K_{33} = 15 - 11 + 9 - 8 = 5$



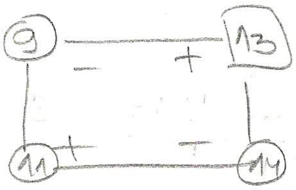
$K_{42} = 12$



$K_{43} = 10 - 8 + 9 - 11 + 14 - 9$
$= 5$



$K_{44} = 17 - \cancel{14} + \cancel{14} - 9 = 8$



$K_{14} = 13 - 9 + 11 - 14$
$= 1$

	180	80	70	90	
110	11: 40	9: — [1]	8: 70	13: — [2]	$u_1 = 0$
80	15: — [3]	11: — [2]	10: — [1]	12: 80	$u_2 = 1$
100	11: 10	11: 80	15: — [4]	14: 10	$u_3 = 3$
130	9: 130	18: — [12]	10: — [4]	17: — [8]	$u_4 = -2$
	$v_1 = 11$	$v_2 = 8$	$v_3 = 8$	$v_4 = 11$	

$z = z_0 - 1 \cdot 40 = 4330 - 40 = 4290$

$z^* = 4290$

$u + v = c$

$K_{rs} = c - u - v$

$v_3 = c_{13} - u_1$
$v_1 = c_{11} - u_1$
$u_3 = c_{31} - v_1$

$v_4 = c_{34} - u_3$
$u_2 = c_{24} - v_4$
$v_2 = c_{32} - u_3$

$u_4 = c_{41} - v_1$
$K_{12} = c_{12} - u_1 - v_2$
$K_{14} = c_{14} - u_1 - v_4$
$K_{21} = c_{21} - u_2 - v_1$

$K_{22} = c_{22} - u_2 - v_2$
$K_{23} = c_{23} - u_2 - v_3$
$K_{33} = c_{33} - u_3 - v_3$
$K_{42} = c_{42} - u_4 - v_2$

$K_{43} = c_{43} - u_4 - v_3$
$K_{44} = c_{44} - u_4 - v_4$

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања

Студент:______________________________

2. Задатак број

Поставка задатка:

ФБ	$b_1=120$	$b_2=20$	$b_3=10$	$b_4=30$
$a_1=50$	5	4	3	8
$a_2=20$	10	6	5	7
$a_3=40$	9	6	10	9
$a_4=70$	4	13	5	12

Решење:

- услови ограничења који се односе на капацитете фабрике:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}=50$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=20$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=40$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=70$$

- услови ограничења који се односе на потребе фабрике:

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=120$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=20$$
$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=10$$
$$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=30$$

- укупан број услова ограничења је $m+n=8$
- потребно је ангажовати $m+n-1=7$ путева

1)

	120	20	10	30					
50	(5) 40	(4) —	(3) 10	(8) —	1	2	3	3	/
20	(10) —	(6) —	(5) —	(7) 20	1	2	3	3	3
40	(9) 10	(6) 20	(10) —	(9) 10	3	1	0	0	0
70	(4) 70	(13) —	(5) —	(12) —	1	1	8	/	/
	1	2	2	1					
	1	/	2	1					
	1	/	/	1					
	4	/	/	1					
	1	/	/	2					

7

$$Z_p = 5\cdot40+3\cdot10+7\cdot20+9\cdot10+6\cdot20+9\cdot10+4\cdot70 = 950$$

	120	20	10	30	
50	(5) 40	(4) — [2]	(3) 10	(8) — [3]	$u_1=0$
20	(10) — [3]	(6) — [2]	(5) — [0]	(7) 20	$u_2=2$
40	(9) 10	(6) 20	(10) — [3]	(9) 10	$u_3=4$
70	(4) 70	(13) — [12]	(5) — [3]	(12) — [8]	$u_4=-1$
	$v_1=5$	$v_2=2$	$v_3=3$	$v_4=5$	

$c = u + v$

$v_1 = c_{11} - u_1$ $\quad u_3 = c_{31} - v_1$ $\quad v_4 = c_{34} - u_3$ $\quad v_2 = c_{32} - u_3$

$v_3 = c_{13} - u_1$ $\quad u_4 = c_{41} - v_1$ $\quad u_2 = c_{24} - v_4$

$k_{rs} = c - u - v$

$z^* = 950$

$k_{12} = c_{12} - u_1 - v_2$ $\quad k_{22} = c_{22} - u_2 - v_2$ $\quad k_{42} = c_{42} - u_4 - v_2$

$k_{14} = c_{14} - u_1 - v_4$ $\quad k_{23} = c_{23} - u_2 - v_3$ $\quad k_{43} = c_{43} - u_4 - v_3$

$k_{21} = c_{21} - u_2 - v_1$ $\quad k_{33} = c_{33} - u_3 - v_3$ $\quad k_{44} = c_{44} - u_4 - v_4$

Број поена:

Задатак 1: 13 $\quad$ Задатак 2: 7 $\quad$ Укупно: 20

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања

Студент: Јелена Гроздановић 239/10

Трећи тест

1. Задатак број

Поставка задатка:

$\min f(x) = (x_1-4)^2 + (x_2-2)^2$

$-x_1 x_2 + 1 \leq 0$

$2x_1^2 - x_2^2 \geq 1 \quad /(-1)$

$x_1 + x_2 \leq 4$

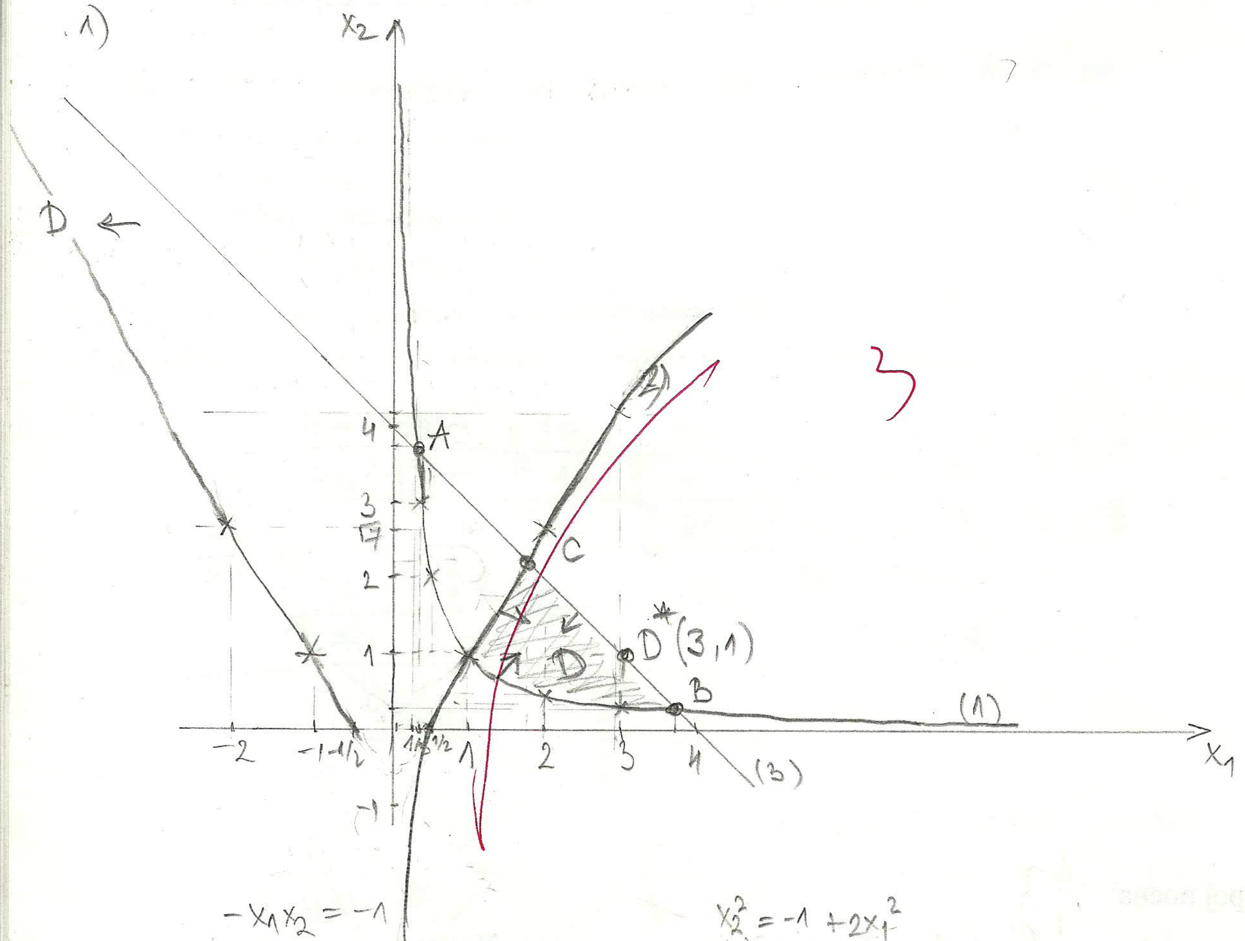
$\min f(x) = (x_1-4)^2 + (x_2-2)^2 = x_1^2 - 8x_1 + 16 + x_2^2 - 4x_2 + 4$

$-x_1 x_2 + 1 \leq 0 \quad (1)$

$-2x_1^2 + x_2^2 \leq -1 \quad (2)$

$x_1 + x_2 \leq 4 \quad (3) \qquad x_1, x_2 \geq 0$

Решење:



$-x_1 x_2 = -1$

$x_1 x_2 = 1$

$x_1 = \frac{1}{x_2} \qquad x_2 \neq 0$

$x_2^2 = -1 + 2x_1^2$

x_1	∞	1	1/2	2	1/3
x_2	0	1	2	1/2	3

x_1	0	1	2	−1	−2	3	−3	$\sqrt{1/2} = 0{,}70$
x_2	i	1	$\sqrt{7} = 2{,}64$	1	$\sqrt{7}$	$\sqrt{17} = 4{,}123$	$\sqrt{17}$	0

Lagranžova funkcija:

$$L(x,\lambda) = (x_1-4)^2 + (x_2-2)^2 + \lambda_1(-x_1x_2+1) + \lambda_2(-2x_1^2+x_2^2+1) + \lambda_3(x_1+x_2-4)$$

U tački lokalnog minimuma:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 2x_1 - 8 - \lambda_1 x_2 - 4\lambda_2 x_1 + \lambda_3 \geq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 2x_2 - 4 - \lambda_1 x_1 + 2\lambda_2 x_2 + \lambda_3 \geq 0$$

4

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = g_1(x) = -x_1x_2 + 1 \leq 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = g_2(x) = -2x_1^2 + x_2^2 + 1 \leq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = g_3(x) = x_1 + x_2 - 4 \leq 0$$

Uslovi komplementarnosti: $\frac{\partial L}{\partial x_j} \cdot x_j = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \cdot \lambda_i = 0$

I) $g_1(x)=0,\ g_3(x)=0,\ g_2(x) \leq 0 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 0}$

$\lambda_1 \neq 0,\ \lambda_3 \neq 0$

$$-x_1x_2 = -1 \qquad 2x_1 - 8 - \lambda_1 x_2 + \lambda_3 = 0$$
$$x_1 + x_2 - 4 = 0 \qquad 2x_2 - 4 - \lambda_1 x_1 + \lambda_3 = 0$$

$x_1 = \frac{1}{x_2}$

$\frac{1}{x_2} + x_2 - 4 = 0 \ /\cdot x_2 \quad ,\ x_2 \neq 0$

$x_2^2 - 4x_2 + 1 = 0$

2

$x_{2_{1,2}} = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{4 \pm 3.464}{2}$

$x_2^{(1)} = 3.732 \quad \vee \quad x_2^{(2)} = 0.268$ B

$\Rightarrow x_1^{(1)} = 0.268 \qquad x_1^{(2)} = 3.732$

$A(0.268;\ 3.732) \vee B(3.732;\ 0.268)$

A:
$$-3.732\lambda_1 + \lambda_3 = 7.464 \quad (-1)$$
$$-0.268\lambda_1 + \lambda_3 = -3.464 \quad +$$
$$3.464\lambda_1 = -10.928$$
$$\lambda_1 = -3.155 \Rightarrow \lambda_3 = -4.310$$

– ovo nije optimalno rešenje jer su multiplikatori $\lambda_1 \leq 0$ i $\lambda_3 \leq 0$, a i tačka je van oblasti D

B:
$$-0.268\lambda_1 + \lambda_3 = 0.536 \quad (-1)$$
$$-3.732\lambda_1 + \lambda_3 = 3.464 \quad +$$
$$-3.464\lambda_1 = 2.928$$
$$\lambda_1 = -0.845 \Rightarrow \lambda_3 = 0.310$$

– ovo nije optimalno rešenje jer je multiplikator $\lambda_1 \leq 0$.

II) $g_2(x)=0,\ g_3(x)=0,\ g_1(x) \leq 0 \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = 0}$

$$-2x_1^2 + x_2^2 + 1 = 0 \qquad 2x_1 - 8 - 4\lambda_2 x_1 + \lambda_3 = 0$$
$$x_1 + x_2 - 4 = 0 \qquad 2x_2 - 4 + 2\lambda_2 x_2 + \lambda_3 = 0$$

$x_1 = 4 - x_2$

3

C:
$$-6.628\lambda_2 + \lambda_3 = 4.686 \quad (-1)$$
$$4.686\lambda_2 + \lambda_3 = -0.686 \quad +$$
$$11.314\lambda_2 = -5.372$$
$$\lambda_2 = -0.475 \Rightarrow \lambda_3 = 1.540$$

– ovo nije optimalno rešenje jer je multiplikator $\lambda_2 \leq 0$.

$-2(4-x_2)^2 + x_2^2 + 1 = 0$

$-2(16 - 8x_2 + x_2^2) + x_2^2 + 1 = 0$

$-32 + 16x_2 - 2x_2^2 + x_2^2 + 1 = 0$

$-x_2^2 + 16x_2 - 32 = 0$

$x_{2_{1,2}} = \frac{-16 \pm \sqrt{256-128}}{-2} = \frac{-16 \pm 11.314}{-2}$

$x_2^{(1)} = 2.343 \qquad \vee \qquad x_2^{(2)} = 13.657$

$x_1^{(1)} = 1.657 \qquad\qquad x_1^{(2)} = -9.657$

nije optimum, van oblasti D

$C(1.657;\ 2.343) \qquad D(-9.657;\ 13.657)$

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања Студент:____________________________

2. Задатак број

Поставка задатка:

1) III) $g_3(x)=0$, $g_1(x)$, $g_2(x) \le 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{\lambda_1=\lambda_2=0}$

$\lambda_3 \ne 0$

$x_1+x_2=4$

$2x_1-8+\lambda_3=0$ (-1)

$2x_2-4+\lambda_3=0$ $+$

4

Решење:

$\in (3,1)$

$-2x_1+2x_2=-4$ $+$

$x_1+x_2=4$ $\cdot 2$

$4x_2=4$ $\boxed{x_2=1}$ $\Rightarrow$ $\boxed{x_1=3}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\lambda_3=2.}$

$x_1^*=3$

$x_2^*=1$ $\lambda_3=2$ $\boxed{\min f=2}$

$\lambda_1=\lambda_2=0$

2) $\max f(x)=-x_1^2+2x_2-x_2^2$

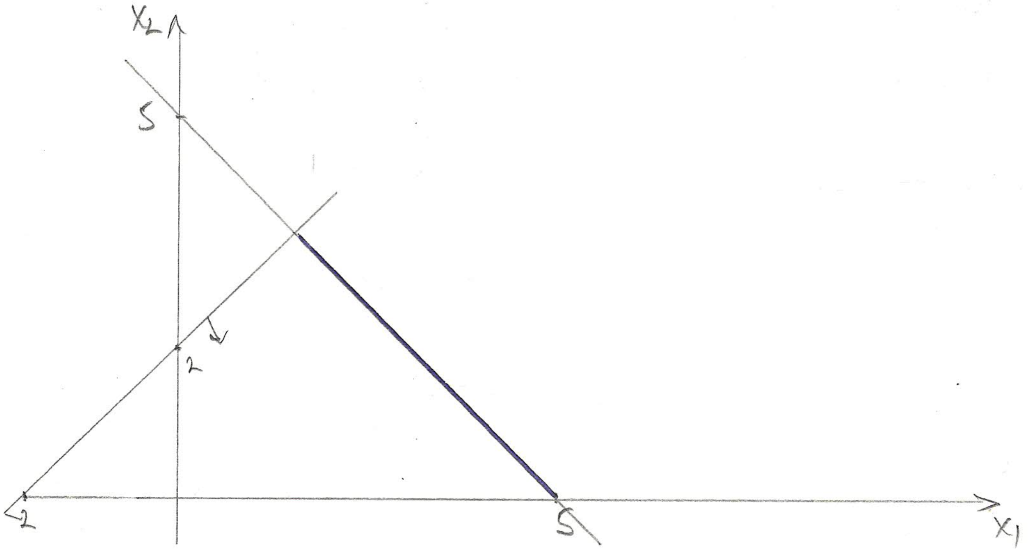
(1) $x_1+x_2=5$

$-x_1+x_2 \le 2$

$\max f(x)=-\min(-f(x))=x_1^2-2x_2+x_2^2$

$x_1+x_2=5$

$-x_1+x_2 \le 2$ $x_1, x_2 \ge 0$



$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1$ $\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 2 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = 2 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = 0$

$\frac{\partial f}{\partial x_2} = -2 + 2x_2$

$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$

$p=1$

	x_1	x_2	λ_1	λ_2	c/b
v_1	-2	0	-1	1	0
v_2	0	-2	-1	-1	-2
u_1	1	1	0	0	5
u_2	-1	1	0	0	2

$p=2$

	x_1	v_2	λ_1	λ_2	c/b
v_1	-2	0	-1	1	0
x_2	0	-1/2	1/2	1/2	1
u_1	1	1/2	-1/2	-1/2	4
u_2	-1	1/2	-1/2	-1/2	1

– tako da nam u poslednjoj koloni svi pozitivni brojevi radimo dalje jer u_1 mora biti nula jednostavno izbacujemo ga iz baze jer nam je prvo ograničenje jednačina.

$p=3$

	x_1	v_2	u_1	x_2	c/b
v_1	-4	-1	2	2	-8
x_2	1	0	1	0	5
λ_1	-2	-1	-2	1	-8
u_2	-2	0	-1	0	-3

$p=4$

	v_1	v_2	u_1	λ_2	c/b
x_1	-1/4	1/4	-1/2	-1/2	2
x_2	1/4	-1/4	3/2	1/2	3
λ_1	-1/2	-1/2	-3	0	-4
u_2	-1/2	1/2	-2		1

$x_1^* = 2 \quad x_2^* = 3 \quad \lambda_1 = -4 \quad \lambda_2 = 0 \quad \boxed{\min f(x) = 7}$

– dualna promenljiva pa može biti $\leq, \geq, = 0$!

(2) $L(x,\lambda) = x_1^2 - 2x_2 + x_2^2 + \lambda_1 (x_1 + x_2 - 5) + \lambda_2 (-x_1 + x_2 - 2)$

$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda_1 - \lambda_2 \geq 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = g_1(x) = x_1 + x_2 - 5 \leq 0$

$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -2 + 2x_2 + \lambda_1 + \lambda_2 \geq 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = g_2(x) = -x_1 + x_2 - 2 \leq 0$

$\frac{\partial L}{\partial x_j} \cdot x_j = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \cdot \lambda_i = 0$

Broj poena:

Zadatak 1: 16 Zadatak 2: 12 Ukupno: 28

$g_1(x) = 0, \; g_2(x) \leq 0 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 0}$

$x_1 + x_2 - 5 = 0$

$2x_1 + \lambda_1 = 0$ $\quad (-1)$

$2x_2 - 2 + \lambda_1 = 0$ $\quad +$

$\Rightarrow \boxed{\lambda_1 = -4}$

$-2x_1 + 2x_2 = 2$

$x_1 + x_2 = 5 \quad / \cdot 2 \; +$

$4x_2 = 12 \quad \boxed{x_2^* = 3} \Rightarrow \boxed{x_1^* = 2}$

– Optimalno rešenje odgovara rešenju dobijenom primenom kvadratnog programiranja.

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања

Студент: Јелена Гроздановић 239/10

Четврти тест

1. Задатак број

Поставка задатка:

$$\min z = \frac{2x_1 - 3x_2 + 2}{4x_1 + 4x_2 - 4}$$

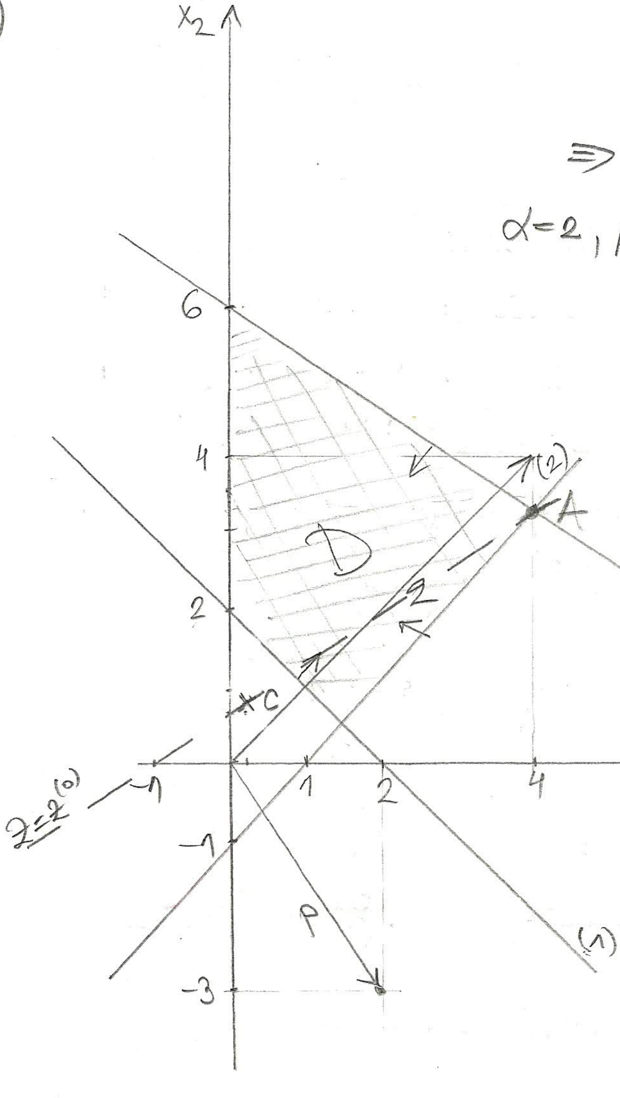
(1) $x_1 + x_2 \geq 2$

(2) $x_1 - x_2 \leq 1$

(3) $2x_1 + 3x_2 \leq 18$

Решење:

a)



$p_1 q_2 - p_2 q_1 = 2 \cdot 4 - (-3) \cdot 4$
$= 8 + 12 = 20 \neq 0$

$\Rightarrow$ p и q нису колинеарни вектори

$\alpha = 2, \beta = -4$

$x_1^C = \frac{\alpha q_2 - \beta p_2}{p_2 q_1 - p_1 q_2} = \frac{2 \cdot 4 - (-4) \cdot (-3)}{-3 \cdot 4 - 2 \cdot 4}$

$= \frac{8 - 12}{-12 - 8} = \frac{-4}{+20} = 0.2$

$x_2^C = \frac{\beta p_1 - \alpha q_1}{p_2 q_1 - q_2 p_1} = \frac{-4 \cdot 2 - 2 \cdot 4}{-20} = \frac{+16}{+20}$

$x_2^C = 0.8 \Rightarrow C(0.2; 0.8)$

$k = -\frac{p_1}{p_2} = +\frac{2}{+3} = \frac{2}{3}$

$n = -\frac{\alpha}{p_2} = -\frac{2}{+3} = \frac{2}{3}$

$z = z^{(0)}: \quad x_2 = kx_1 + h, \quad x_2 = \frac{2}{3}x_1 + \frac{2}{3}$

$-\frac{2}{3}x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$ $\qquad x_2 = 0,\ x_1 = -1 \qquad x_1 = 0,\ x_2 = \frac{2}{3}$

$p_2q_1 - p_1q_2 = -3\cdot4 - 2\cdot4 = -20 < 0$ ф-ја циља z се повећава смањењем коеф. k односно угла φ, што значи да је оптимално решење најближа тачка у скупу допустивих решења тј. тачка

$A(4.2;\ 3.2)$

$x_1 - x_2 = 1 \quad /3$
$2x_1 + 3x_2 = 18 \quad +$

$5x_1 = 21 \Rightarrow x_1^* = 4.2$
$x_2^* = 3.2$

$\min z = \frac{2\cdot4,2 - 3\cdot3,2 + 2}{4\cdot4,2 + 4\cdot3,2 - 4} = \frac{0,8}{25,6} = 0.03125$

б) $\min z = \frac{2x_1 - 3x_2 + 2}{4x_1 + 4x_2 - 4}$

$x_1 + x_2 \geq 2 \ /(-1)$
$x_1 - x_2 \leq 1$
$2x_1 + 3x_2 \leq 18$

смена: $t = \frac{1}{4x_1 + 4x_2 - 4}$ $\quad y_1 = tx_1 \quad y_2 = tx_2$

после увођења смена проблем се трансформише у следећи облик:

$\min z = 2y_1 - 3y_2 + 2t$ $\qquad \min z = -\max(-z) = -2y_1 + 3y_2 - 2t$

$-y_1 - y_2 + 2t \leq 0$
$y_1 - y_2 - t \leq 0$
$2y_1 + 3y_2 - 18t \leq 0$
$4y_1 + 4y_2 - 4t = 1$

p=1	$-y_1$	$-y_2$	t	b
u_1	−1	−1	2	0
u_2	1	−1	−1	0
u_3	2	3	−18	0
u_4	4	4	−4	1
z	−2	3	−2	0

7

p=2	$-u_4$	$-y_2$	t	b
u_1		0	1	1/4
u_2		−2	0	−1/4
u_3		1	−10	−1/2
y_1		1	−1	1/4
z		5	−4	1/2

p=3	$-y_2$	$-u_3$	b
u_1	1/10	1/10	1/5
u_2	−2	0	−1/4
t	−1/10	−1/10	1/20
y_1	9/10	−1/10	3/10
z	23/5	−2/5	7/10

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања

Студент: Јелена Гроздановић 239/10

2. Задатак број

Поставка задатка:

наставак првог задатка:

p=4	$-u_2$	$-u_3$	b	θ_i
u_1	1/20	1/10	3/16	15/4
y_2	−1/2	0	1/8	/
[illegible]	−1/20	−1/10	1/16	/
y_1	9/20	−1/10	3/16	5/12
z	23/10	−2/5	1/8	/

p=5	$-y_1$	$-u_3$	b
u_1			1/6
y_2			
[illegible]			
u_2	20/9		5/12
z	−46/9		

Решење:

(2)

x_i	проj. 1.	проj. 2.	проj. 3.
0	0	0	0
1	0.15	0.18	0.18
2	0.18	0.30	0.30
3	0.20	0.32	0.33
4	0.22	0.35	0.36

1) $\max f(x_1 + x_2 + x_3) = r_1(x_1) + r_2(x_2) + r_3(x_3)$

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$ (corrected in red to 4)

2) етапа 1 – улаже се само у проj. 1. :

$r_1(x_1 = 0) = 0$
$r_1(x_1 = 1) = 0.15$
$r_1(x_1 = 2) = 0.18$
$r_1(x_1 = 3) = 0.20$
$r_1(x_1 = 4) = 0.22$ *

Ако би се улагало само у проj. 1, најбоље би било да се у њега уложи 4000000 $.

Етапа 2 – улаже се у пројекат 1 и пројекат 2.

$f_2(x) = \max [f(x-x_2) + r_2(x_2)]$, $0 \le x_2 \le x$

x	x_2 (пројекат 2)	$x-x_2$ (пројекат 1)	$f(x-x_2)+r_2(x_2)$	$f(x)$
0	0	0	0	0
1	0	1	0 + 0.15 = 0.15	0.18
	1	0	0.18 + 0 = 0.18*	
2	0	2	0 + 0.18 = 0.18	0.33
	1	1	0.18 + 0.15 = 0.33*	
	2	0	0.30 + 0 = 0.30	
3	0	3	0 + 0.20 = 0.20	0.45
	1	2	0.18 + 0.18 = 0.36	
	2	1	0.30 + 0.15 = 0.45*	
	3	0	0.32 + 0 = 0.32	
4	0	4	0 + 0.22 = 0.22	0.48
	1	3	0.18 + 0.20 = 0.38	
	2	2	0.30 + 0.18 = 0.48*	
	3	1	0.32 + 0.15 = 0.47	
	4	0	0.35 + 0 = 0.35	

Етапа 3 – улаже се у пројекат 1, пројекат 2, пројекат 3.

$f_3(x) = \max [f(x-x_3) + r_3(x_3)]$, $0 \le x_3 \le x$

x	x_3 (пројекат 3)	$x-x_3$ (пројекат 2)	$f(x-x_3)+r_3(x_3)$	$f(x)$
0	0	0	0	0
1	0	1	0 + 0.18 = 0.18*	0.18
	1	0	0.18 + 0 = 0.18*	
2	0	2	0 + 0.33 = 0.33	0.36
	1	1	0.18 + 0.18 = 0.36*	
	2	0	0.30 + 0 = 0.30	
3	0	3	0 + 0.45 = 0.45	0.51
	1	2	0.18 + 0.33 = 0.51*	
	2	1	0.30 + 0.18 = 0.48	
	3	0	0.33 + 0 = 0.33	
4	0	4	0 + 0.48 = 0.48	0.63
	1	3	0.18 + 0.45 = 0.63*	
	2	2	0.30 + 0.33 = 0.63*	
	3	1	0.33 + 0.18 = 0.51	
	4	0	0.36 + 0 = 0.36	

оптимално решење:

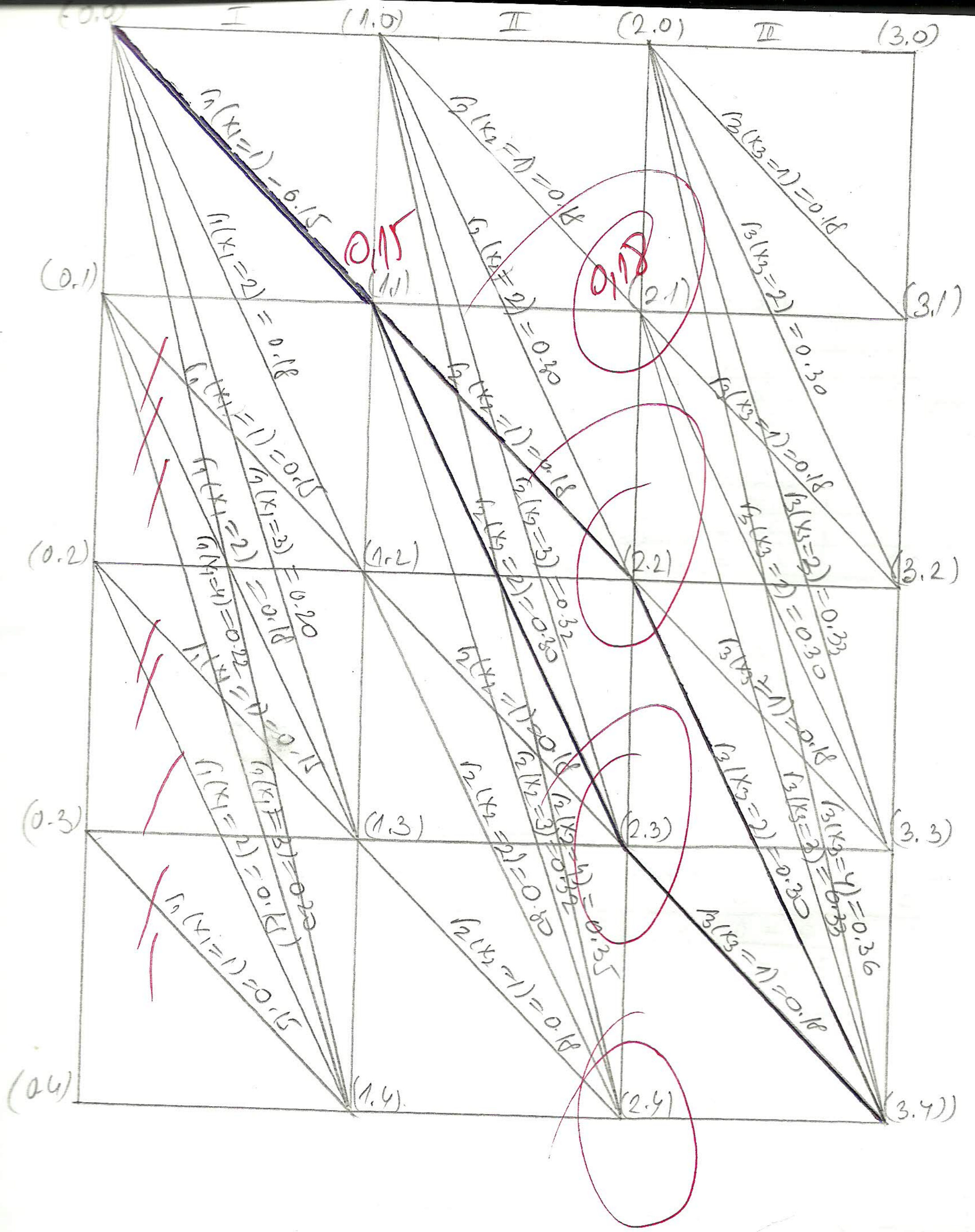
1) $x_1^* = 1$, $x_2^* = 1$, $x_3^* = 2$

2) $x_1^* = 1$, $x_2^* = 2$, $x_3^* = 1$

$\max f = 0.63$

Број поена:

Задатак 1: 12 Задатак 2: 10 Укупно: 22


I
II
III
(1.0)
(2.0)
(3.0)
(0.1)
(1.1)
(2.1)
(3.1)
(0.2)
(1.2)
(2.2)
(3.2)
(0.3)
(1.3)
(2.3)
(3.3)
(0.4)
(1.4)
(2.4)
(3.4)
r1(x1=1)=0.15
r1(x1=2)=0.18
r2(x2=1)=0.18
r2(x2=2)=0.20
r3(x3=1)=0.18
r3(x3=2)=0.30
0,15
0,18
r2(x2=2)=0.30
r2(x2=3)=0.32
r3(x3=3)=0.33
r3(x3=4)=0.36
r2(x2=4)=0.35
r1(x1=3)=0.20