

Грађевински факултет, Београд
Операциона истраживања

Први тест
Датум: 23. 03.2012. год.

1) Дат је линеаран програм: Одредити
 $\min z = -4x_1 + x_2$
са условима ограничења:

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

$$3x_1 - 2x_2 = 1$$

1. Решити проблем графичком методом.
2. Решити проблем Симплекс методом применом Жорданових елиминација.

2) Дат је линеаран програм:
 $\max z = 2x_1 + 3x_2$
са условима ограничења:

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

1. Одредити оптимално решење применом Симплекс методе са Жордановим елиминација.
2. Формулисати дуални проблем.
3. На основу решења примарног проблема (не решавајући дуални проблем) одредити решења дуалног проблема.

1) Бетон се транспортује из четири фабрике бетона на четири градилишта. Капацитети фабрика, потребе градилишта и цене транспорта су дати у следећој табели:

ФБ	Γ	$b_1 = 180$	$b_2 = 80$	$b_3 = 70$	$b_4 = 90$
$a_1 = 110$		11	9	8	13
$a_2 = 80$		15	11	10	12
$a_3 = 100$		14	11	15	14
$a_4 = 130$		9	18	10	17

4290

Решити транспортни проблем тако да се добије минимална цена транспорта. У свакој итерацији одредити цену транспорта.

1. Почетно решење добити методом најмањих цена у матрици.
2. Проверу оптималности почетног решења извршити методом ланца.
3. Проверу оптималности наредних итерација извршити методом потенцијала.

2) Бетон се транспортује из три фабрике бетона на четири градилишта. Капацитети фабрика, потребе градилишта и цене транспорта су дати у следећој табели:

ФБ	Γ	$b_1 = 120$	$b_2 = 20$	$b_3 = 10$	$b_4 = 30$
$a_1 = 50$		5	4	3	8
$a_2 = 20$		10	6	5	7
$a_3 = 40$		9	6	10	9
$a_4 = 70$		4	13	5	12

050

Решити транспортни проблем тако да се добије минимална цена транспорта. У свакој итерацији одредити цену транспорта.

1. Почетно решење добити методом Фогелове апроксимације.
2. Одредити оптимално решење.

1. задатак

Задата је функција циља

$$\min f(x) = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2$$

са условима ограничења:

$$-x_1x_2 + 1 \leq 0$$

$$2x_1^2 - x_2^2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

1. Нацртати скуп допустивих решења.
2. Применом Лагранжових мултипликатора и услова Коруша – Куна – Такера одредити оптималне вредности x_1^* и x_2^* у којима функција циља има минимум као и вредност минимума. Размотрити следеће случајеве:
 - а) активно прво и треће ограничење,
 - б) активно друго и треће ограничење,
 - в) активно треће ограничење.
3. Назначити тачку са координатама x_1^* и x_2^* у скупу допустивих решења.

2. задатак

Задата је функција циља

$$\max f(x) = -x_1^2 + 2x_2 - x_2^2$$

са условима ограничења:

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$-x_1 + x_2 \leq 2$$

1. Решити проблем оптимизације применом квадратног програмирања.
2. Проверити добијено оптимално решење и применом Лагранжових мултипликатора и услова Коруша – Куна – Такера.

1) Дата је функција циља $\min z = \frac{2x_1 - 3x_2 + 2}{4x_1 + 4x_2 - 4}$

са условима ограничења

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18$$

1. Решити проблем графичком методом.
2. Решити проблем методом Купера и Карнеса.

2) Потребно је уложити $\$$ милиона $\$$ у три пројекта. Функције ефеката улагања $r_i(x_i)$, које представљају добит, у пројекте дате су у следећој табели:

Улагање x_i	Прој. 1	Прој. 2	Прој. 3
0	0	0	0
1	0.15	0.18	0.18
2	0.18	0.30	0.30
3	0.20	0.32	0.33
4	0.22	0.35	0.36

Одредити колико новца треба уложити у пројекте да би се остварио највећи профит.

1. Написати одговарајући математички модел.
2. Решити овај проблем применом динамичког програмирања и приказати решења на цртежу и у табелама.

$$-1 - \frac{1.4}{4}$$

$$0 + \frac{2}{4}$$

$$-2 - \frac{2.4}{4}$$

$$-1 - \frac{1.44}{4}$$

$$-1 +$$

$$3 - \frac{2.4}{4}$$

$$1.4$$

$$0 - \frac{1.4}{4}$$

$$-18 + \frac{2.44}{4}$$

$$0 - \frac{2.1}{4}$$

$$3 - \frac{12.4}{4}$$

$$-2 + \frac{2.44}{4}$$

$$-18 + \frac{2.44}{4}$$

$$0 + \frac{1}{4}$$

$$5 - \frac{17.1}{4}$$

$$\frac{1.2}{4}$$